

Savoir Sag. 1 : Formule explicite et relation de récurrence

Exercice 1 : Formule explicite (ou terme général)

1) On définit la suite u pour $n \geq 0$ par son terme général :
 $u_n = 2n + 1$

- a) Calculer les 3 premiers termes de la suite
- b) Calculer u_{10}

2) On définit la suite w pour $n \in \mathbb{N}$ par :
 $w_n = (-1)^n$

- a) Calculer les 4 premiers termes de la suite
- b) Calculer w_{15} et w_{100}

3) On définit la suite v pour $n \geq 2$ par la formule explicite : $v_n = \frac{3-n^2}{n-1}$

- a) Calculer les 3 premiers termes de la suite
- b) Calculer v_{21}

Besoin de plus d'entraînement ?

4) On définit la suite ε pour $n \geq 1$ par : $e_n =$

$$\varepsilon_n = \frac{1}{1 + \frac{1}{n}}$$

- a) Calculer les 4 premiers termes de la suite
- b) Calculer ε_9
- c) Montrer que, pour tout $n \geq 1$, on a :

$$\varepsilon_n = \frac{n}{n+1}$$

Exercice 2 : Relation de récurrence

Dans chaque cas, calculer les termes demandés

a) On définit la suite u par son 1^{er} terme $u_0 = 3$ et la relation de récurrence $u_{n+1} = 2u_n + 1$

Calculer u_1 ; u_2 ; u_3 et u_4

b) Soit la suite (v_n) définie par $v_2 = 3$ et, pour $n \geq 2$, par la relation $v_{n+1} = v_n^2 + \frac{1}{v_{n+1}}$

Calculer v_3 et v_4

c) On donne la suite $(s_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} s_{n+2} = \frac{3s_{n+1}+1}{s_{n-2}} \\ s_0 = 3 \text{ et } s_1 = 5 \end{cases}$. Calculer les termes s_2 et s_4

d) Soit la suite a définie par son 1^{er} terme $a_0 = -10$ et, pour $n \geq 1$, par la relation : $a_n = 2 - 3a_{n-1}$
 Calculer a_1 ; a_2 et a_3

Besoin de plus d'entraînement ?

Dans chaque cas, calculer les termes demandés

e) On a $(C_n)_{n \in \mathbb{N}^*} : \begin{cases} c_{n+1} = \sqrt{c_n^2 + 2} \\ c_1 = 5 \end{cases}$

Calculer C_2 et C_3

f) On définit la suite (d_n) par ses premiers termes $d_0 = 2$ et $d_1 = -2$ et la relation de récurrence :

$$d_{n+1} = 3d_n - 2d_{n-1}$$

Calculer d_2 et d_4

Exercice 3 : Donner la fonction $f(n)$ ou $g(u_n)$

1) Dans chaque cas, donner la fonction f telle que $u_n = f(n)$.

a) $u_n = \frac{3n-7}{n+3}$ b) $u_n = 3n^2 - 5n + 1$

2) Pour chacune des suites, donner la fonction g telle que $u_{n+1} = g(u_n)$.

a) $u_{n+1} = 5u_n^2 - 3u_n + 5$ b) $u_n = \frac{7}{u_{n-1}}$ c) $u_n = 2u_{n+1} - 5$ (attention)

Exercice 4 : Jouer avec les indices

1) On définit la suite u pour $n \in \mathbb{N}$ par : $u_n = \frac{n-1}{n+3}$

Exprimer en fonction de n les termes :

- a) u_{n+1} b) u_{n-1} c) $u_n + 1$ d) $u_n - 1$

2) On définit la suite w par son 1^{er} terme $w_0 = -1$ et la relation de récurrence, $u_{n+1} = 5u_n + 3$

Exprimer le plus simplement possible les termes :

- a) u_{n+2} b) u_n c) $u_n - 1$ d) u_{n-1}

Besoin de plus d'entraînement ?

1) On définit la suite v pour $n \geq 1$ par son terme général : $v_n = 2n^2 - 3$

Exprimer en fonction de n les termes v_{n+1} ; v_{n-1} ; $v_n + 1$ et $v_n - 1$

2) On définit la suite a par son 1^{er} terme $a_0 = \frac{1}{2}$ et la relation de récurrence : $a_n = 3a_{n-1}^2 - 2a_{n-1}$
Exprimer le plus simplement possible les termes : a_{n+1} ; a_{n-1} et $a_n + 1$

Exercice 5 : Le 1^{er} terme qui change tout

On donne la suite u , définie par la relation de récurrence : $u_{n+1} = 2(u_n - 3)^2$

- a. Si le premier terme de la suite est $u_0 = 7$, calculer alors les 3 termes suivants u_1 ; u_2 et u_3
b. Si le premier terme de la suite est $u_0 = 2$, calculer alors les 3 termes suivants u_1 ; u_2 et u_3

Exercice 6 : Trouver la formule explicite

Pour chacune des suites suivantes, on donne les premiers termes.

Essayer d'abord exprimer à l'aide d'une phrase de quelle suite de nombre il s'agit, puis donner la formule explicite de la suite (la formule qui donne u_n en fonction de n)

1)

v_0	v_1	v_2	v_3	v_4
1	3	5	7	9

2)

w_0	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6
0	1	4	9	16	25	36

3)

s_1	s_2	s_3	s_4	s_5
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$

Exercice 7 : Trouver la relation de récurrence

1) Pour chacune des suites suivantes dont on donne les premiers termes, donner la relation de récurrence (la relation qui donne u_{n+1} en fonction de u_n)

a)

u_0	u_1	u_2	u_3	u_4
1	4	7	10	13

b)

u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
100	95	90	85	80

c)

u_0	u_1	u_2	u_3	u_4
1	3	9	27	81

d)

u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
2	5	10	17	26

e)

u_0	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	u_7	u_8
1	1	2	3	5	8	13	21	34

f)

u_0	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
2	2	4	12	48	240

2) Dans chaque cas, exprimer u_{n+1} d'abord en fonction de n puis en fonction de u_n

a) $u_n = 4n - 1$

b) $u_n = n^2$

c) $u_{n+1} = 3n$

Exercice 8 : Le lien entre récurrence et explicite

On donne les suites (u_n) et (w_n) définies par $u_n = -2 + 5n$ et $w_n = 4 \times 3^n$

1) Écrire u_{n+1} et w_{n+1} en fonction de n

2) Montrer que (u) et (w) sont définies par les relations : $\begin{cases} u_{n+1} = u_n + 5 \\ u_0 = -2 \end{cases}$ et $\begin{cases} w_n = 3w_{n-1} \\ w_0 = 4 \end{cases}$

3) Quelles sont les formules les plus utiles pour calculer u_1 ; w_1 ; u_2 ; w_2 ; u_9 ; w_9