

SAVOIR FC.5 : Calcul de dérivées seconde

ENTRAÎNEMENT N°1

Pour chacune des fonctions suivantes, calculer la dérivée puis la dérivée seconde.

$$f(x) = 5x^4 - 2x^3 + x^2 - \frac{x}{5} + 7 \quad g(x) = \ln(2 - 3x) \quad h(x) = 3x e^{2x-4}$$

Conseil : vérifiez le résultat de votre dérivée avant de passer à la dérivée seconde, pour éviter les cumuls d'erreurs

ENTRAÎNEMENT N°2

Pour chacune des fonctions suivantes, calculer la dérivée puis la dérivée seconde.

$$f(x) = 2x^5 - 3x^3 + x - \frac{2}{5} \quad g(x) = 0,5 e^{2x^2-1} \quad h(x) = 2(x+1)\ln(x+1)$$

ENTRAÎNEMENT N°3

Pour chacune des fonctions suivantes, calculer la dérivée puis la dérivée seconde.

$$f(x) = x^2 - 2\ln(x) + 6e^x \quad g(x) = 3x + \ln(x^2 - 1) \quad h(x) = \frac{x}{2x-1}$$

ENTRAÎNEMENT N°4

Pour chacune des fonctions suivantes, calculer la dérivée puis la dérivée seconde.

$$f(x) = (x^2 - 2x + 4)e^{2x} \quad g(x) = 4x^3 - x^2 + 4x - 5\ln(x) \quad h(x) = \frac{e^x + 1}{x}$$

SAVOIR FC.5 : CORRECTION

ENTRAÎNEMENT N°1 - CORRECTION

$$f(x) = 5x^4 - 2x^3 + x^2 - \frac{x}{5} + 7$$

$$g(x) = \ln(2 - 3x)$$

$$h(x) = 3x e^{2x-4}$$

$$f'(x) = 20x^3 - 6x^2 + 2x - \frac{1}{5}$$

$$g'(x) = \frac{-3}{2-3x}$$

$$h'(x) = 3e^{2x-4} + 3x \times 2e^{2x-4}$$

$$f''(x) = 60x^2 - 12x + 2$$

$$g''(x) = \frac{-9}{(2-3x)^2}$$

$$\begin{aligned} h'(x) &= 6e^{2x-4} + (3+6x) \times 2e^{2x-4} \\ h'(x) &= (12x+12)e^{2x-4} \\ &= 12(x+1)e^{2x-4} \end{aligned}$$

ENTRAÎNEMENT N°2 - CORRECTION

$$f(x) = 2x^5 - 3x^3 + x - \frac{2}{5}$$

$$g(x) = 0,5 e^{2x^2-1}$$

$$h(x) = 2(x+1)\ln(x+1)$$

$$f'(x) = 10x^4 - 9x^2 + 1$$

$$g'(x) = 0,5 \times (4x) \times e^{2x^2-1}$$

$$h'(x) = 2\ln(x+1) + 2(x+1) \times \frac{1}{x+1}$$

$$f''(x) = 40x^3 - 18x$$

$$\begin{aligned} g''(x) &= 2e^{2x^2-1} + 2x \times 4x e^{2x^2-1} \\ g''(x) &= (8x^2+2)e^{2x^2-1} \end{aligned}$$

$$h''(x) = 2 \times \frac{1}{x+1} = \frac{2}{x+1}$$

ENTRAÎNEMENT N°3 - CORRECTION

$$f(x) = x^2 - 2\ln(x) + 6e^x$$

$$g(x) = 3x + \ln(x^2 - 1)$$

$$h(x) = \frac{x}{2x-1}$$

$$f'(x) = 2x - \frac{2}{x} + 6e^x$$

$$g'(x) = 3 + \frac{2x}{x^2 - 1}$$

$$h'(x) = \frac{1(2x-1)-x(2)}{(2x-1)^2}$$

$$f''(x) = 2 + \frac{2}{x^2} + 6e^x$$

$$\begin{aligned} g''(x) &= \frac{2(x^2-1) - 2x(2x)}{(x^2-1)^2} \\ g''(x) &= \frac{-2x^2-2}{(x^2-1)^2} \end{aligned}$$

$$h''(x) = \frac{-1}{4x^2-4x+1}$$

$$h''(x) = \frac{0 - (-1) \times (8x-4)}{(4x^2-4x+1)^2}$$

$$h''(x) = \frac{8x-4}{(4x^2-4x+1)^2}$$

ENTRAÎNEMENT N°4 - CORRECTION

$$f(x) = (x^2 - 2x + 4)e^{2x}$$

$$g(x) = 4x^3 - x^2 + 4x - 5\ln(x)$$

$$h(x) = \frac{e^x + 1}{x}$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= (2x-2)e^{2x} + 2(x^2-2x+4)e^{2x} \\ f'(x) &= (2x^2-2x+6)e^{2x} \end{aligned}$$

$$g'(x) = 12x^2 - 2x + 4 - \frac{5}{x}$$

$$h'(x) = \frac{e^x \times x - (e^x + 1) \times 1}{x^2}$$

$$\begin{aligned} f''(x) &= (4x-2)e^{2x} + 2(2x^2-2x+6)e^{2x} \\ f''(x) &= (4x^2+10)e^{2x} \end{aligned}$$

$$g''(x) = 24x - 2 + \frac{5}{x^2}$$

$$\begin{aligned} h''(x) &= \frac{(e^x + (x-1)e^x) \times x^2 - 2x((x-1)e^x - 1)}{x^4} \\ h''(x) &= \frac{(x^3 - 2x^2 + 2x)e^x + 2x}{x^4} \end{aligned}$$

$$h''(x) = \frac{(x^2 - 2x + 2)e^x + 2}{x^3}$$