

Chapitre 11: Primitives et équations différentielles

I. Primitives

3) Calcul de primitives

Savoir Ed.3

Exponentielles et logarithmes (niv. 1)

f	F
e^{ax+b}	$\frac{1}{a}e^{ax+b}$
$\frac{1}{ax+b}$ avec $x > -\frac{b}{a}$	$\frac{1}{a} \ln(ax+b)$

Exemples :

$$f(x) = e^{3x-1}$$

$$F(x) = \frac{1}{3}e^{3x-1}$$

$$g(x) = 2e^{-\frac{x}{2}}$$

$$G(x) = 2 \times \left(\frac{1}{-\frac{1}{2}}\right) e^{-\frac{x}{2}} = 2 \times (-2)e^{-\frac{x}{2}}$$

$$G(x) = -4e^{-\frac{x}{2}}$$

$$j(x) = \frac{1}{3-2x}$$

$$J(x) = \frac{1}{-2} \ln(3-2x)$$

$$k(x) = -\frac{3}{4x+1}$$

$$K(x) = -3 \times \frac{1}{4} \ln(4x+1)$$

Exponentielles et logarithmes (niv. 2)

f	F
$u'e^u$	e^u
$\frac{u'}{u}$ avec $u > 0$	$\ln u$

Exemples :

$$h(x) = xe^{1-x^2} + 1 = \frac{1}{2} \times (-2x)e^{1-x^2} + 1$$

$$H(x) = \frac{1}{2}e^{1-x^2} + x$$

$$i(x) = 2xe^{2-5x^2} = 2 \times -\frac{1}{10} \times (-10xe^{2-5x^2})$$

$$I(x) = -\frac{1}{5}e^{2-5x^2}$$

$$k(t) = \frac{4t}{t^2+1} = 2 \times \frac{2t}{t^2+1}$$

$$K(t) = 2 \ln(t^2+1)$$

$$j(x) = \frac{e^{-x}}{1-e^{-x}}$$

$$J(x) = \ln(1-e^{-x})$$

$$k(\theta) = \frac{\cos \theta}{3 \sin \theta} = \frac{1}{3} \times \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

$$k(\theta) = \frac{1}{3} \ln(\sin \theta)$$

Produits et quotients

f	F
$u'u$	$\frac{1}{2}u^2$
$u'u^n$ avec $n \geq 2$	$\frac{1}{(n+1)}u^{n+1}$
$\frac{u'}{u^2}$	$-\frac{1}{u}$
$\frac{u'}{u^n}$ avec $n \geq 2$	$\frac{-1}{(n-1)u^{n-1}}$
$\frac{u'}{\sqrt{u}}$	$2\sqrt{u}$

Exemples :

$$f(t) = 3e^x(e^x - 2)$$

$$F(t) = \frac{3}{2}(e^x - 2)^2$$

$$g(x) = 3(1 - 2x)^2 = -\frac{3}{2} \times (-2) \times (1 - 2x)^2$$

$$G(x) = -\frac{3}{2} \times \frac{1}{3} \times (1 - 2x)^3 = -\frac{1}{2}(1 - 2x)^3$$

$$h(\theta) = 4 \sin \theta \cos^2 \theta = -4 \times (-\sin \theta \cos^2 \theta)$$

$$H(\theta) = -4 \times \frac{1}{3} \cos^3 \theta$$

$$a(x) = \frac{2}{(3-x)^2} = -2 \times \frac{-1}{(3-x)^2}$$

$$A(x) = -2 \times \frac{-1}{3-x} = \frac{2}{3-x}$$

$$\phi(t) = \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$\Phi(t) = 2\sqrt{x^2+1}$$

Autres composées

f	F
$u'(ax + b)$	$\frac{1}{a}u(ax + b)$

Exemples : $f(t) = 2 \cos\left(\frac{t+\pi}{2}\right)$

$$F(t) = 2 \times \frac{1}{\frac{1}{2}} \sin\left(\frac{t+\pi}{2}\right) = 4 \sin\left(\frac{t+\pi}{2}\right)$$

$$g(x) = \sin(3x) - 1$$

$$G(x) = -\frac{1}{3} \cos(3x) - x$$

Méthode de recherche de primitives

