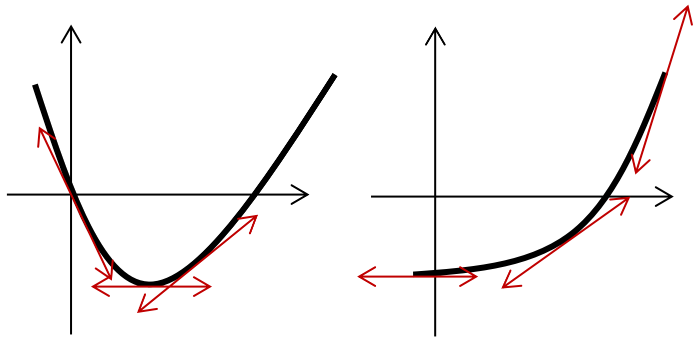
Convexité

Fonction **convexe** ☺



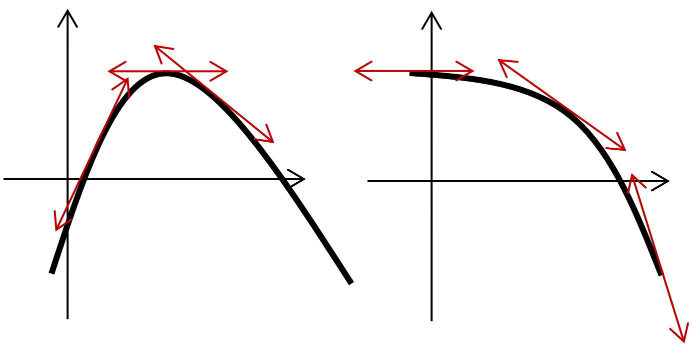
La courbe est toujours **AU DESSUS** de ses tangentes.

La courbure est orientée vers le haut, comme ☺

La dérivée seconde est **positive** $\boldsymbol{f''(x) \geq 0}$

La dérivée est **croissante** $\boldsymbol{f'(x)}$ ↗

Fonction **concave** ☹



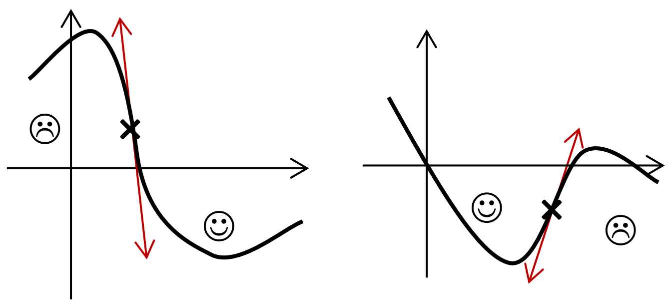
La courbe est toujours **EN DESSOUS** de ses tangentes.

La courbure est orientée vers le bas, comme ☹

La dérivée seconde est **négative** $\boldsymbol{f''(x) \leq 0}$

La dérivée est **décroissante** $\boldsymbol{f'(x)}$ ↘

Point d'**inflexion**



La courbe **TRAVERSE** la tangente

La dérivée seconde est **égale à zéro** (« s'annule ») et **change de signe** (la fonction passe de convexe à concave ou vice-versa)

Résumé 1: Signes, sens de variation et convexité

Fonction f		Dérivée f'		Dérivée seconde f''
Signe de f $f \geq 0 \quad (+)$ $f \leq 0 \quad (-)$				
Tvi Variation de f $f \nearrow$ $f \searrow$	$\Leftrightarrow$	Signe de f' $f' \geq 0 \quad (+)$ $f' \leq 0 \quad (-)$		
Convexité de f f convexe ☺ f concave ☹	$\Leftrightarrow$	Tvi Variation de f' $f' \nearrow$ $f' \searrow$	$\Leftrightarrow$	Signe de f'' $f'' \geq 0 \quad (+)$ $f'' \leq 0 \quad (-)$

Résumé 2: Zéro, extrema et points d'inflexion

Fonction f		Dérivée f'		Dérivée seconde f''
$f = 0$ Point d'intersection (Ox)				
Extremum local de f	$\Leftrightarrow$	$f' = 0$ f' **change de signe**		
Point d'inflexion de f	$\Leftrightarrow$	**Extremum local de** f'	$\Leftrightarrow$	$f'' = 0$ f'' **change de signe**

Résumé 3: Tangentes

Fonction f		Dérivée f'		Dérivée seconde f''
$\mathcal{C}_f$ admet en $x = a$ une **tangente** $\mathcal{T}$ de **coefficient directeur** $f'(a)$ et d'équation : $y = f'(a) \times (x - a) + f(a)$		Le nombre dérivé $f'(a)$ est le **coefficient directeur de la tangente**. Graphiquement, on détermine à partir de 2 points de la tangente : $f'(a) = \frac{\Delta_y}{\Delta_x}$		
Convexité de f f convexe $\mathcal{C}_f$ est **AU DESSUS** de ses **tangentes** f concave $\mathcal{C}_f$ est **EN DESSOUS** de ses **tangentes**	$\Leftrightarrow$	**Variation** de f' $f' \nearrow$ $f' \searrow$	$\Leftrightarrow$	**Signe** de f'' $f'' \geq 0 \quad (+)$ $f'' \leq 0 \quad (-)$