IA.2 – Les boucles WHILE

Exécution pas à pas de la fonction rangmin()

```
def rangmin() :
        u=20
        n=0
        while u<60 :
                u=u*1.5
                n=n+1
        return n
```

20 → u   0 → n

u < 60 est VRAI
20×1,5=30 → u
0+1=1 → n

u < 60 est VRAI
30×1,5=45 → u
1+1=2 → n

u < 60 est VRAI
45×1,5=67,5 → u
2+1=3 → n

u < 60 est FAUX
La valeur de n : 4
est renvoyée

Que fait rangmin() ? Elle renvoie la plus petite valeur de n pour laquelle on a $u_n \geq 60$ avec une suite définie par $u_{n+1} = 1{,}5u_n$ et $u_0 = 20$

Exécution pas à pas de la fonction solution(0.1)

```
def f(x) :
        return x**3-x
def solution(p) :
        x=1
        while f(x)<1 :
                x=x+p
        return x
```

1 → x
$f(x) = 1^3 - 1 = 0$
f(x)<1   VRAI
1+0,1 = 1,1 → X

$f(x) = 1{,}1^3 - 1{,}1 = 0{,}231$
f(x)<1   VRAI
1,1+0,1 = 1,2 → X

$f(x) = 1{,}2^3 - 1{,}2 = 0{,}528$
f(x)<1   VRAI
1,2+0,1 = 1,3 → X

$f(x) = 1{,}3^3 - 1{,}3 = 0{,}897$
f(x)<1   VRAI
1,3+0,1 = 1,4 → X

$f(x) = 1{,}4^3 - 1{,}4 = 1{,}344$
f(x)<1   FAUX   ⇒ Dernier valeur de X : **1,4** **renvoyée**

Soit $f(x) = x^3 - x$, croissante sur $[1; +\infty[$.
Que fait solution(p) ? Elle donne la valeur approchée **par excès** à 0,1 près de la solution de $f(x) = 1$ dans l'intervalle $[1; +\infty[$ ⇒ on a : $1{,}3 < \alpha < \mathbf{1{,}4}$

Soit la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n+1}{u_n+2} \end{cases}$

On admet que cette suite est décroissante.

```
def algo(p) :
        u=2
        n=0
        while u-1>p :
                u=(2*u+1)/(u+2)
                n=n+1
        return (n,u)
```

1. Interpréter les valeurs n et u renvoyées par l'appel de la fonction algo(p).

n est le premier rang à partir duquel on a $u_n - 1 \leq p$ et u est la valeur de ce terme

2. Donner la valeur de n pour $p = 0{,}001$.

$2 \to u$
$0 \to n$

u-1=2 >0,001 VRAI
$\frac{2\times2+1}{2+2} = 1{,}25 \to u$
$1 \to n$

u-1=0,25 >0,001 VRAI
$\frac{2\times1{,}25+1}{1{,}25+2} \simeq 1{,}08 \to u$
$2 \to n$

u-1=0,08 >0,001 VRAI
$1{,}025 \to u$
$3 \to n$

u-1=0,025 >0,001 VRAI
$1{,}008 \to u$
$4 \to n$

u-1=0,008 >0,001 VRAI
$1{,}002 \to u$
$5 \to n$

u-1=0,002 >0,001 VRAI
$1{,}0009 \to u$
$6 \to n$

u-1=0,0009 >0,001 FAUX $\Rightarrow$ dernière valeur de n : 6 renvoyée

---

Soit la suite (S_n) définie pour $n > 0$ par :

$$S_n = 10 - \frac{40}{n} + \frac{40\times0{,}8^n}{n}$$

On admet que cette suite est croissante.

```
def seuil(k) :
    n=1
    s=2
    while s<k :
        s=10-40/n+(40*0.8**n)/n
        n=n+1
    return n
```

1. Que représente la valeur renvoyée par la saisie seuil(9) ? Le rang à partir duquel on a $S_n \geq 9$

2. Justifier que celle valeur est strictement supérieure à 10. $S_{10} = 10 - \frac{40}{10} + \frac{40\times0{,}8^{10}}{10} \simeq 6{,}4 < 9$
L'algorithme tourne encore, donc n>10

Soit h la fonction définie sur $[6; 7]$ par :

$$h(x) = 4\ln(x+1) - \frac{x^2}{25} - x$$

On admet que cette fonction est décroissante.

```
from math import *

def h(x) :
    return 4*log(1+x)-(x**2)/25-x
def bornes(n) :
    p=1/10**n
    x=6
    while h(x)>0 :
        x=x+p
    return (x-p,x)
```

1. Donner les valeurs renvoyées par la commande bornes(2).

$1/10^2 \to p$, $6 \to X$ calcul : $h(6) \simeq 0{,}34$
$h(6) > 0$ VRAI
$6{,}01 \to X$ calcul : $h(6) \simeq 0{,}33$

Nous on le fait à la calculatrice….
$h(6{,}36) > 0$ VRAI $\Rightarrow$ $6{,}37 \to X$ calcul : $h(6{,}37) \simeq -0{,}003$
$h(6{,}37) > 0$ FAUX $\Rightarrow$ Renvoie $X-p = 6{,}36$ et $X = 6{,}37$

2. Interpréter ces valeurs.

C'est l'encadrement à 10^{-2} près de la solution de l'équation $\boldsymbol{h(x) = 0}$ sur $[6; 7]$: on a $6{,}36 < \alpha < 6{,}37$

On considère les suites (u_n) et (v_n) définies par :

A	B
$u_n = 6 \times 0{,}93^n$	$\begin{cases} v_0 = 6 \\ v_{n+1} = 1{,}1v_n - 0{,}05v_n^2 \end{cases}$

Ces suites représentent deux modélisations de l'évolution annuelle d'une population animale (en milliers d'individus) dans deux milieux distincts A et B, à partir de l'année 2025.

On admet que ces suites sont décroissantes.

```
n=0
u=6
v=6
while u <= v :
        u=6*0.93**(n+1)
        v=1.1v-0.05v*v
        n=n+1
print(2025+n)
```

1. Compléter ce programme afin qu'après exécution, il affiche l'année à partir de laquelle la population du milieu B est strictement supérieure à la population du milieu A.

Attention piège ! il aurait été futé de commencer par n=n+1 pour calculer u_1… mais c'est comme ça dans le sujet de bac, là, on calcule u_0 si on met 6*0.93**n : alors, il faut calculer u_1 autrement, en augmentant d'un rang la puissance

2. Déterminer l'année affichée après exécution du programme.

Afficher les 2 suites à la calculatrice pour comparer

On a $u_{12} \simeq 2{,}5 > v_{12} \simeq 2{,}4$ mais $u_{13} \simeq 2{,}34 < v_{13} \simeq 2{,}36$ à partir de $n = 13$

L'algorithme affiche **2038**