Savoirs Pb.4 : Loi binomiale • $p(X < k)$; $p(X > k)$ etc.

Exercice 18 : Détermination graphique de $p(X = k)$, $p(X \leq k)$ et variantes

1. On joue 10 fois de suite à un jeu lors duquel on a toujours la même probabilité p de gagner à chaque partie. On appelle X le nombre de parties gagnées parmi les 10 parties jouées.
On donne le tableau de valeurs suivant, arrondi au centième :

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P(X = x)$	0,35	0,39	0,19	0,06	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

a. Déterminer à l'aide de ce tableau $p(X = 2)$; $p(X = 4)$ et $p(X = 8)$. Interpréter.

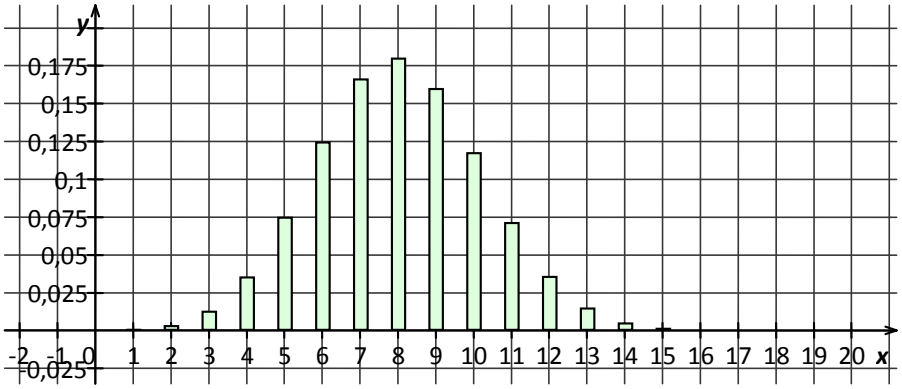
b. À l'aide du tableau, calculer $p(X \leq 2)$. Interpréter.

c. À l'aide du tableau, calculer $p(X > 1)$. Interpréter.

d. À l'aide du tableau, calculer $p(2 \leq X \leq 4)$. Interpréter.

e. À l'aide du tableau, calculer $p_{X<3}(X < 2)$. Interpréter.

2. Dans la population, 40% ont voté pour le candidat Truk. Un institut interroge un groupe de 20 personnes tirées au hasard.
On appelle X le nombre de personnes dans le groupe ayant voté pour le candidat Truk.
La loi de probabilité de X est représentée ci-dessous.



a. Quel nombre de votants pour Truk y aura-t-il le plus probablement parmi les 20 personnes ? Quelle est la probabilité que cela se produise effectivement ?

b. Quelle est la probabilité qu'il y ait plus de 16 votants pour Truk parmi les 20 personnes ?

Exercice 19 : Utilisation de la calculatrice

1. On considère une variable aléatoire X suivant une loi binomiale de paramètres $p = 0{,}7$ et $n = 8$.
Donner l'expression puis la valeur approchée à 0,01% des probabilités $p(X \leq 1)$ et $p(X > 5)$.

2. On considère une variable aléatoire Y suivant une loi binomiale de paramètres $p = 0{,}63$ et $n = 7$.
Donner l'expression puis la valeur approchée à 0,01% des probabilités $p(Y < 4)$ et $p(Y > 2)$.

3. On considère une variable aléatoire M suivant une loi binomiale de paramètres $p = 0{,}42$ et $n = 10$.
Donner l'expression puis la valeur approchée à 0,01% des probabilités $p(M > 8)$ et $p(7 \leq M \leq 9)$.

4. On considère une variable aléatoire A suivant une loi binomiale de paramètres $p = 0{,}6$ et $n = 15$.
Donner l'expression puis la valeur approchée à 0,01% de la probabilité : $p_{A>8}(A \leq 12)$.

Exercice 20 : Tirer à pile ou face (Suite)

On arrondira les probabilités demandées à 0,0001 (c'est-à-dire à 0,01%)

On tire à pile ou face avec une pièce de monnaie mal équilibrée pour laquelle $p(P) = 53\%$ (où P est l'événement « Obtenir pile »).
On effectue 6 tirages successifs avec cette pièce de monnaie et on note la séquence de piles et de faces obtenus.
On appelle X la variable aléatoire donnant le nombre de piles parmi une telle séquence de 6 tirages.

1. Calculer la probabilité d'obtenir une séquence contenant trois « pile » ou moins.

2. Calculer $p(X < 3)$. Interpréter.

3. Calculer la probabilité d'obtenir une séquence contenant plus de 2 « pile ».

4. On a obtenu plus de 2 « pile ». Quelle est la probabilité d'avoir obtenu au moins 4 « pile » ?

Exercice 21 : Voyage scolaire (Suite)

Dans un lycée, on a constaté que 92% des élèves étaient favorables à un voyage scolaire en Angleterre.
On considère que les 9 élèves de l'atelier musique forment un échantillon d'élèves pris au hasard dans la population de ce lycée. On appelle N le nombre d'élèves favorables au voyage dans l'atelier musique.
On arrondira les probabilités demandées à 0,01%.
Calculer la probabilité qu'au plus deux élèves de l'atelier musique rock ne soient pas favorables au départ en voyage scolaire.

Exercice 22 : Tirage de cartes

Un jeu consiste à tirer au hasard une carte dans un jeu classique de 52 cartes. Si la carte obtenue est un cœur, on gagne 1 €. Si la carte obtenue est un As, on gagne 3 €. Si la carte obtenue est l'As de cœur, on gagne 10 €.
Il faut payer 0,50 € pour jouer à une partie.
On définit les événements :

A : La carte obtenue est un As $\qquad$ C : La carte obtenue est un cœur

1) Calculer les probabilités :

$$p(A) \qquad p(A \cap C) \qquad p(A \cup C)$$

On présentera les résultats en pourcentages, arrondis au 10^e de pourcent

2) On appelle X la variable aléatoire donnant le gain d'une partie.
Calculer son espérance au centime près.
3) On joue 10 fois de suite à ce jeu. On appelle N la variable aléatoire donnant le nombre de fois que l'on tire l'As de cœur.
Quelle est la loi de probabilité de N ?
Quelle est la probabilité d'obtenir 10 fois de suite l'As de cœur ?
Quelle est la probabilité d'obtenir 2 fois l'As de cœur ?