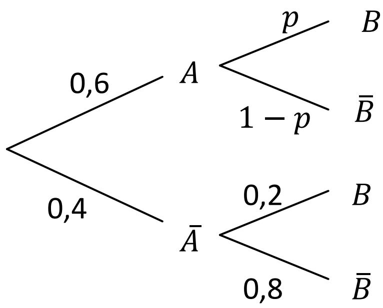
Savoirs Pb.1 (3): Avec inconnue et équations

Exercice 5 : Avec (et sans) inconnues

1) On donne l'arbre de probabilité ci-contre, où on pose : $p_A(B) = p$ avec $p \in]0;1[$.
On sait de plus que : $p(B) = 0{,}53$

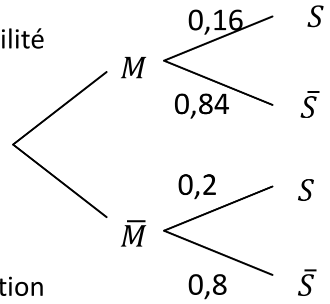


a) Exprimer en fonction de p la probabilité $p(A \cap B)$

b) Exprimer en fonction de p la probabilité $p(B)$

c) En déduire $p_A(B)$ et $p_A(\bar{B})$

2) On donne l'arbre de probabilité ci-contre, où on pose : $p(M) = x$ avec $x \in]0;1[$.
On sait de plus que : $p(\bar{S}) = 0{,}83$

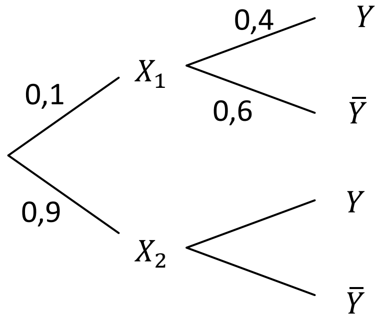


a) Justifier que p vérifie l'équation

$$0{,}84x + 0{,}8(1 - x) = 0{,}83$$

b) En déduire $p(M)$ et $p(\bar{M})$

3) On donne l'arbre de probabilité ci-contre.



a) Calculer $p(X_1 \cap Y)$

b) On sait que $p(Y) = 0{,}31$, en déduire $p(X_2 \cap Y)$

c) En déduire $p_{X_2}(Y)$ puis $p_{X_2}(\bar{Y})$

Corrections Savoir Pb.1 (3)

Corrigé Exercice 5

1) a) $p(A\cap B)=p(A)\times p_A(B)=\mathbf{0,6p}$

b) $p(B)=p(A\cap B)+p(\bar{A}\cap B)=\mathbf{0,6p+0,08}$

c) On sait que $p(B)=0{,}53$
donc $0{,}6p+0{,}08=0{,}53 \Leftrightarrow p=\frac{0{,}53-0{,}08}{0{,}6}=0{,}75$
$p_A(B)=\mathbf{0,75}$ et $p_A(\bar{B})=1-p_A(B)=\mathbf{0,25}$

2) a) $p(\bar{S})=p(M\cap\bar{S})+p(\bar{M}\cap\bar{S})$
$=p(M)\times p_M(\bar{S})+p(\bar{M})\times p_M(\bar{S})$
$=\mathbf{0,84p+0,8(1-p)}$
Et on sait que $p(\bar{S})=0{,}83$ donc on a bien :
$0{,}84x+0{,}8(1-x)=0{,}83$

b) $0{,}84x+0{,}8(1-x)=0{,}83$
$\Leftrightarrow 0{,}04p=0{,}83-0{,}8 \Leftrightarrow p=\frac{0{,}03}{0{,}04}=\mathbf{0,75}$
$p(M)=\mathbf{0,75}$ et $p(\bar{M})=1-0{,}75=\mathbf{0,25}$

3) a) $p(X_1\cap Y)=p(X_1)\times p_{X_1}(Y)=0{,}1\times 0{,}4=\mathbf{0,04}$

b) $p(X_2\cap Y)=p(Y)-p(X_1\cap Y)=0{,}31-0{,}04=\mathbf{0,27}$

c) $p_{X_2}(Y)=\frac{p(X_2\cap Y)}{p(X_2)}=\frac{0{,}27}{0{,}9}=\mathbf{0,3}$ et $p_{X_2}(\bar{Y})=1-p_{X_2}(Y)=\mathbf{0,7}$