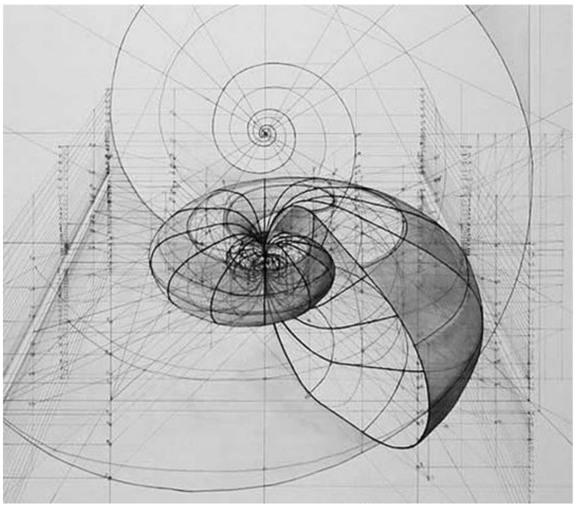
Chapitre 3 — Corrections



Corrections Savoirs SL. 1

Corrigé Exercice 1

1) a. $u_1 = \frac{1}{1+3} - 2 \times 1^2 = \frac{1}{4} - 2 = -\frac{7}{4}$

$u_9 = \frac{1}{9+3} - 2 \times 9^2 = \frac{1}{12} - 162 = -\frac{1943}{12}$

b. $u_{k+1} = \frac{1}{(k+1)+3} - 2(k+1)^2 = \boldsymbol{\frac{1}{k+4} - 2k^2 - 4k - 2}$

2) a. $A_1 = 1 + 0 \times 3 = \mathbf{1}$ *et* $A_8 = 1 + 7 \times 10 = \mathbf{71}$

b. $A_{p+1} = 1 + ((p+1)-1)((p+1)+2) = \boldsymbol{1 + p(p+3)}$

3) a. $v_2 = 4v_1 + \frac{1}{v_1} = 4 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2 + 2 = \mathbf{4}$

et $v_3 = 4v_2 + \frac{1}{v_2} = 4 \times 4 + \frac{1}{4} = \frac{65}{4}$

Puis $v_4 = 4v_3 + \frac{1}{v_3} = 4 \times \frac{65}{4} + \frac{1}{\frac{65}{4}} = 65 + \frac{4}{65} = \mathbf{\frac{4229}{65}}$

b. $v_{p+2} = \boldsymbol{4v_{p+1} + \frac{1}{v_{p+1}}}$

Un peu plus…

4) a. $T_2 = 2T_1 + \frac{1}{T_0} = 2 \times 1 + \frac{1}{2} = \mathbf{\frac{5}{2}}$

$T_3 = 2T_2 + \frac{1}{T_1} = 2 \times \frac{5}{2} + \frac{1}{1} = \mathbf{6}$

b. $T_{k+2} = \boldsymbol{2T_{k+1} + \frac{1}{T_k}}$

Corrigé Exercice 2

1) a. $\boldsymbol{a_{n+1}} = a_n + R = \boldsymbol{a_n + \frac{1}{4}}$ et $\boldsymbol{b_{n+1} = b_n - 5}$

b. $a_n = a_0 + nR = \boldsymbol{-64 + \frac{n}{4}}$

$b_n = b_p + (n-p)R = 101 - 5(n-2)$

$b_n = \mathbf{111 - 5n}$

c. $\boldsymbol{a_1} = -64 + \frac{1}{4} = -\mathbf{\frac{255}{4}}$ *(récurrence)*

$\boldsymbol{b_0} = 111 - 5 \times 0 = \mathbf{111}$ *(explicite)*

$\boldsymbol{a_8} = -64 + \frac{8}{4} = \mathbf{-62}$ *(explicite)*

$b_{45} = 111 - 5 \times 45 = \mathbf{-114}$ *(explicite)*

2) a. $\boldsymbol{c_{n+1}} = q \times c_n = \boldsymbol{\frac{2}{7}c_n}$ et $\boldsymbol{d_{n+1} = -10d_n}$

b. $c_n = c_0 \times q^n = \mathbf{-1} \times \left(\frac{2}{7}\right)^{\boldsymbol{n}} = -\mathbf{\frac{2^n}{7^n}}$

$d_n = d_p \times q^{n-p} = \frac{1}{3000} \times (-10)^{n-3}$

c. $\boldsymbol{c_1} = -1 \times \frac{2}{7} = -\mathbf{\frac{2}{7}}$ *(récurrence)*

$\boldsymbol{d_2} = \frac{1}{3000} \div (-10) = -\frac{1}{30000}$ *(récu à l'envers)*

$\boldsymbol{c_5} = -\frac{2^5}{7^5} = -\frac{32}{16807}$ *(explicite)*

$\boldsymbol{d_7} = \frac{(-10^4)}{3000} = \frac{10000}{3000} = \mathbf{\frac{10}{3}}$ *(explicite)*

3) a. suite géométrique de raison $q > 1$ et de 1er terme négatif $\Rightarrow$ (b_n) est **décroissante**

b. suite géométrique de raison positive $q < 1$ et de 1er terme négatif $\Rightarrow$ (c_n) est **croissante**

c. suite arithmétique de raison négative $\Rightarrow$ (d_n) est **décroissante**

4) a. $\boldsymbol{w_n = 2 + 0,01(n-1)}$ Donc $w_n \geq 200 \Leftrightarrow 2 + 0{,}01(n-1) \geq 200 \Leftrightarrow 0{,}01n - 0{,}01 \geq 198$

$\Leftrightarrow n \geq \frac{198{,}1}{0{,}01} \Rightarrow n \geq 19\,810$ $\Rightarrow$ **à partir du rang 19 810**

b. suite géométrique de raison 1 $\Rightarrow$ (r_n) est **stationnaire** $\Rightarrow$ On a $\boldsymbol{r_n = r_0 = 43}$

$\Rightarrow$ Il n'y a donc aucune chance que la suite dépasse le seuil de 10 000…

Corrigé Exercice 3

1) **a.** La suite est définie par rapport au rang, donc par une formule explicite

b. pour $n \geq 2$, $\boldsymbol{u_n = n^2 - 3n}$

c. Dans la case **I4**, on doit entrer la valeur « **1** »

Dans la case **I5**, on doit entrer la formule « **= (I4–3)^2** »

2) Il s'agit de la suite géométrique $\begin{cases} \boldsymbol{V_{n+1} = 2 \times V_n} \\ \boldsymbol{V_1 = 230} \end{cases}$

L'algorithme correspond à la question : **« pour quelle valeur de $\boldsymbol{n}$ a-t-on $\boldsymbol{V_n \geq S}$ »**

On présente les différentes étapes sous la forme d'un tableau :

Étapes	initialisation	étape 1	étape 2	étape 3	étape 4	Fin
P	2000	//	//	//	//	//
N	1	2	3	4	5	5
V	230	460	920	1 840	3 680	//
$V < S$	Vrai	Vrai	Vrai	Vrai	Faux	

En fin d'algorithme, on a donc $\boldsymbol{n = 5}$ **et** $\boldsymbol{V = 3\,680}$