

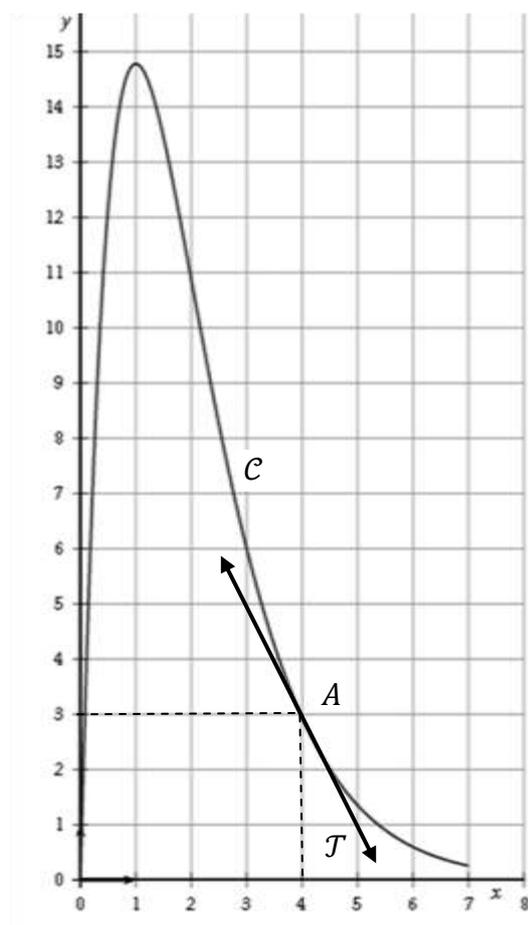
**Exercice 1**

Les réponses seront données sans justification, avec la précision permise par le graphique ci-contre.

Celui-ci présente dans un repère d'origine  $O$  la courbe représentative  $\mathcal{C}$  d'une fonction  $f$  définie et dérivable sur l'intervalle  $[0; 7]$ . On note sa dérivée  $f'$ .

$\mathcal{T}$  est la tangente à la courbe  $\mathcal{C}$  au point  $A$  de coordonnées  $(4; 3)$

1. Encadrer par deux entiers consécutifs chacune des solutions de l'équation  $f(x) = 10$  sur l'intervalle  $[0; 7]$ .
2. Donner le maximum de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0; 7]$  et préciser la valeur en laquelle il est atteint.
3. Déterminer le tableau de signe de la dérivée  $f'$  sur  $[0; 7]$
4. Déterminer l'équation de la tangente  $\mathcal{T}$ .

**Exercice 2**

Un loueur de voitures dispose au 1<sup>er</sup> mars 2015 d'un total de 10 000 voitures pour l'Europe.

Afin d'entretenir son parc, il décide de revendre, au 1<sup>er</sup> mars de chaque année, 25 % de son parc automobile et d'acheter 3 000 voitures neuves.

On modélise le nombre de voitures de l'agence à l'aide d'une suite :

Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $u_n$  le nombre de voitures présentes dans le parc automobile au 1<sup>er</sup> mars de l'année 2015 +  $n$ .

On a donc  $u_0 = 10\,000$ .

1. Expliquer pourquoi pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = 0,75u_n + 3\,000$ .
2. Pour tout entier naturel  $n$ , on considère la suite  $(v_n)$  définie par  $v_n = u_n - 12\,000$ .
  - a. Montrer que la suite  $(v_n)$  est une suite géométrique de raison 0,75. Préciser son premier terme.
  - b. Exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$ .  
Déterminer la limite de la suite  $(v_n)$ .
  - c. Justifier que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n = 12\,000 - 2\,000 \times 0,75^n$ .
  - d. En vous appuyant sur les réponses données aux deux questions précédentes, que pouvez-vous conjecturer sur le nombre de voitures que comptera le parc automobile de ce loueur au bout d'un grand nombre d'années ?
3. On admet dans cette question que la suite  $(u_n)$  est croissante.  
Déterminer l'année à partir de laquelle le parc automobile comptera au moins 11 950 voitures.

### Exercice 3

Dans le parc national des Pyrénées, un chercheur travaille sur le déclin d'une espèce protégée dans les lacs de haute-montagne : le « crapaud accoucheur ».

Dans certains lacs des Pyrénées, des truites ont été introduites par l'homme afin de permettre des activités de pêche en montagne. Le chercheur a étudié l'impact de cette introduction sur la population de crapauds accoucheurs d'un lac.

Ses études précédentes l'amènent à modéliser l'évolution de cette population en fonction du temps par la fonction  $f$  suivante :

$$f(t) = (0,04t^2 - 8t + 400)e^{\frac{t}{50}} + 40 \quad \text{pour } t \in [0; 120]$$

La variable  $t$  représente le temps écoulé, en jour, à partir de l'introduction à l'instant  $t = 0$  des truites dans le lac, et  $f(t)$  modélise le nombre de crapauds à l'instant  $t$ .

1. Déterminer le nombre de crapauds présents dans le lac lors de l'introduction des truites.
2. On admet que la fonction  $f$  est dérivable sur l'intervalle  $[0; 120]$  et on note  $f'$  sa fonction dérivée. Montrer, en faisant apparaître les étapes du calcul, que pour tout nombre réel  $t$  appartenant à l'intervalle  $[0; 120]$  on a :

$$f'(t) = 0,0008 \times t(t - 100)e^{\frac{t}{50}}.$$

3. Étudier les variations de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0; 120]$ , puis dresser le tableau de variations de  $f$  sur cet intervalle (on donnera des valeurs approchées au centième).

4. Selon cette modélisation :

- a. Déterminer le nombre de jours  $J$  nécessaires afin que le nombre de crapauds atteigne son minimum. Quel est ce nombre minimum ?
- b. Justifier que, après avoir atteint son minimum, le nombre de crapauds dépassera un jour 140 individus.
- c. À l'aide de la calculatrice, déterminer la durée en jour à partir de laquelle le nombre de crapauds dépassera 140 individus.

## Exercice 4

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fautive, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.

Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée.

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  ; on considère les points :

$$A(1; 0; 2), B(2; 1; 0), C(0; 1; 2)$$

et la droite  $\Delta$  dont une représentation paramétrique est : 
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = 4 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

1. Parmi les points suivants, lequel appartient à la droite  $\Delta$  ?

Réponse A :  $M(2; 1; -1)$  ;

Réponse B :  $N(-3; -4; 6)$  ;

Réponse C :  $P(-3; -4; 2)$  ;

Réponse D :  $Q(-5; -5; 1)$ .

2. Le vecteur  $\overrightarrow{AB}$  admet pour coordonnées :

Réponse A :  $\begin{pmatrix} 1,5 \\ 0,5 \\ 1 \end{pmatrix}$

Réponse B :  $\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Réponse C :  $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

Réponse D :  $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

3. Une représentation paramétrique de la droite  $(AB)$  est :

Réponse A :  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = 2 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

Réponse B :  $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

Réponse C :  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

Réponse D :  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = 2 - 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

4. On considère le point  $D$  défini par la relation vectorielle  $\overrightarrow{OD} = 3\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}$

Réponse A :  $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$  sont coplanaires

Réponse B :  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

Réponse C :  $D$  a pour coordonnées  $(3; -1; -1)$

Réponse D : les points  $A, B, C$  et  $D$  sont alignés.