

Corrections Savoir Pe.4

Corrigé Exercice 5

1)

Équation diff.	$y' = 10x - 2$	$y' = 2e^{-2x+1}$	$y' = -\frac{2x}{(1+x^2)^2}$	$y' = \sin x \cos x$
Vérification	$f'(x) = 10x - 2$ $\Rightarrow f$ est solution	$g'(x) = -2e^{-2x+1}$ $\Rightarrow g$ n'est pas solution	$h'(x) = -2 \times \frac{2x}{(1+x^2)^2}$ $\Rightarrow h$ n'est pas solution	$a'(x) = \frac{1}{2} \times \frac{2x}{1+x^2}$ $= \frac{x}{1+x^2}$ $\Rightarrow a$ est solution

2)

Équation diff.	$y' = -y$	$y' = 3y$
Vérification 1	$f'(x) = -e^x$ et $-f(x) = e^x$ donc $f' \neq -f \Rightarrow f$ n'est pas solution	$f'(x) = 3e^{3x}$ et $3f(x) = 6 + 3e^{3x}$ donc $f' \neq 3f \Rightarrow f$ n'est pas solution
Vérification 2	$g'(x) = -7e^{-x} = -g(x)$ donc g est solution	$g'(x) = 6e^{3x} = 3g(x)$ donc g est solution

Équation diff.	$y' - 2y = -6$	$y' = y - 2$
Vérification 1	$k'(x) + 2k(x) = 2e^{2x} - 2(3 + e^{2x}) = -6$ Donc k est solution	$a'(x) = 1 + e^x$ et $a(x) - 2 = x + e^x - 2 \neq a'(x)$ donc a n'est pas solution
Vérification 2	$h'(x) - 2h(x) = 4e^{-2x} - 2(3 - 2e^{-2x})$ $= 8e^{-2x} - 6 \neq -6$ donc h n'est pas solution	$b'(x) = e^x$ et $b(x) - 2 = 2 + e^x - 2 = e^x$ donc b est solution

3)

Équation diff.	$y' = y + x$	$y' = 2y - 4x + 1$	$y' + y = x^2$
Vérification 1	$f'(x) = x + e^x$ et $f(x) + x = \frac{1}{2}x^2 + e^x + x$ $\neq f(x)$ donc f n'est pas solution	$f'(x) = 2 + 2e^{2x}$ et $2f(x) - 4x + 1 = 4x + 2e^{2x} + 1 - 4x + 1 = 2e^{2x} + 2 = f'(x)$ donc f est solution	$h'(x) + h(x) = 2x - 2 + x^2 - 2x + 2 = x^2$ donc h est solution
Vérification 2	$g'(x) = e^x - 1$ et $g(x) + x = e^x - x - 1 + x = e^x - 1 = g'(x)$ donc g est solution	$g'(x) = 2 + 2e^{2x}$ et $2g(x) - 4x + 1 = 4x + 2e^{2x} + 4 - 4x + 1 = 2e^{2x} + 5 \neq g'(x)$ donc g n'est pas solution	$k'(x) + k(x) = -5e^{-x} + 2x - 2 + 5e^{-x} + x^2 - 2x + 2 = x^2$ donc k est aussi solution

Corrigé Exercice 6

Equation diff.	$y' + y^2 = 0$	$2yy' = 1$
Vérification 1	$f'(x) + (f(x))^2 = -\frac{1}{x^2} + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2} = 0$ donc f est solution	$2f(x)f'(x) = 2(1+x) \times (1) = 2 + 2x \neq 1$ donc f n'est pas solution
Vérification 2	$g'(x) + (g(x))^2 = \frac{1}{x^2} + \left(-\frac{1}{x}\right)^2 = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2} = \frac{2}{x^2} \neq 0$ donc g n'est pas solution	$2g(x)g'(x) = 2\sqrt{x} \times \frac{1}{2\sqrt{x}} = 1$ donc g est solution

Equation diff.	$xy' = x + y$	$y' = 1 + y^2$
Vérification 1	$xf'(x) = x \times 1 = x$ Et $x + f(x) = x + x = 2x \neq xf'(x)$ donc f n'est pas solution	$f'(x) = -\frac{1}{x^2}$ Et $1 + (f(x))^2 = 1 + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 1 + \frac{1}{x^2} \neq f'(x)$ donc f n'est pas solution
Vérification 2	$xg'(x) = x \left(1 \ln x + x \times \frac{1}{x}\right) = x(\ln x + 1)$ $= x \ln x + x$ Et $x + g(x) = x + x \ln x = xg'(x)$ donc g est solution	$g'(x) = \frac{1}{x^2}$ Et $1 + (g(x))^2 = 1 + \left(1 - \frac{1}{x}\right)^2$ $= 1 + 1 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} = g'(x)$ donc g n'est pas solution non plus