

Savoir Pb.5 : Loi binomiale - équations & inéquations

Entraînement n° 1

1) La variable aléatoire X suit une loi binomiale $\mathcal{B}(12 ; 0,1)$.

Déterminer la première valeur de k pour laquelle $p(X \leq k) \geq 0,9$

2) Une loterie annonce 20 % de tickets gagnants. On appelle G la variable aléatoire qui compte le nombre de tickets gagnants parmi les tickets achetés. La variable G suit une loi binomiale.

Combien au minimum faut-il acheter de tickets pour avoir une chance sur deux d'obtenir au moins 3 billets gagnants ?

Entraînement n° 2

1) La variable aléatoire Y suit une loi binomiale de paramètres n et $p = 0,5$

Déterminer la première valeur de n pour laquelle $p(X \leq 15) \leq \frac{2}{3}$

2) On considère dans une population que 85 % des personnes sont porteuses du gène X064. On étudie un échantillon de 50 personnes. On appelle X la variable aléatoire qui compte le nombre de porteurs du gène X064. La variable X suit la loi $\mathcal{B}(50 ; 0,85)$.

Quelle est la valeur minimale de k pour laquelle on a $p(X > k) \leq 0,25$? Interpréter le résultat dans le contexte.

Entraînement n° 3

1) La variable aléatoire Z suit une loi binomiale $\mathcal{B}(30 ; 0,55)$.

Déterminer la première valeur de k pour laquelle $p(X \geq k) \leq 0,95$

2) Un chocolatier prépare environ 25 % de ses chocolats au praliné. Il vend des assortiments de chocolats par boîtes. On appelle X la variable aléatoire qui compte le nombre de chocolats au praliné dans chaque boîte. On admet que la variable X suit la loi $\mathcal{B}(n ; 0,25)$.

Combien faut-il mettre de chocolat par boîte pour avoir au minimum 80 % de chances d'avoir au moins 4 chocolats au praliné dedans ?

Corrections Savoir Pb.5

Corrigé Entraînement n° 1

1) À la calculatrice, on affiche comme fonction la binomiale pour $n = 12, p = 0,1$ et $k = X$ et on trouve $k = 3$

2) $p(G \geq 3) \geq 0,5 \Leftrightarrow 1 - p(G \leq 2) \geq 0,5 \Leftrightarrow p(G \leq 2) \leq 0,5$

À la calculatrice, on affiche comme fonction la binomiale pour $n = X, p = 0,2$ et $k = 2$ et on trouve $n = 14$
Il faut acheter au minimum 14 tickets pour avoir 50 % de chance d'avoir au moins 3 tickets gagnants.

Corrigé Entraînement n° 2

1) À la calculatrice, on affiche comme fonction la binomiale pour $n = X, p = \frac{2}{3}$ et $k = 15$ et on trouve $n = 22$

2) $p(X > k) \leq 0,25 \Leftrightarrow 1 - p(X \leq k) \geq 0,25 \Leftrightarrow p(X \leq k) \leq 0,75$

À la calculatrice, on affiche comme fonction la binomiale pour $n = 50, p = 0,85$ et $k = X$ et on trouve $k = 44$

Il y a moins d'une chance sur 4 que plus de 44 personnes soient porteuses du gène X064

Corrigé Entraînement n° 3

1) $p(Z \geq k) \leq 0,95 \Leftrightarrow 1 - p(Z \leq k - 1) \leq 0,95 \Leftrightarrow p(Z \leq k - 1) \geq 0,05$

À la calculatrice, on affiche comme fonction la binomiale pour $n = 30, p = 0,55$ et $k = X$
et on trouve $X = 12 \Leftrightarrow k - 1 = 12 \Leftrightarrow k = 13$

2) $p(X \geq 4) \geq 0,8 \Leftrightarrow 1 - p(X \leq 3) \geq 0,8 \Leftrightarrow p(X \leq 3) \leq 0,2$

À la calculatrice, on affiche comme fonction la binomiale pour $n = X, p = 0,25$ et $k = 3$ et on trouve $n = 21$
Il faut au moins 21 chocolats dans les boîtes pour être sûrs d'avoir au moins 80 % de chances d'y trouver au moins 4 chocolats au praliné