

Savoir Ed.1 : Montrer que F est une primitive de f

Exercice 1 : Montrer qu'une fonction est une primitive

- 1) a. On définit les fonctions f et F sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (3x^2 + 2x - 6)e^{3x}$ et $F(x) = 4 + (x^2 - 2)e^{3x}$. Vérifier que F est une primitive de f .
- b. Soit $g(x) = 3\left(e^x + \frac{1}{x}\right)$. Montrer que la fonction $G(x) = 3e^x - 1 + 3 \ln x$ est une primitive de g .
- c. Soit $i(x) = (2x + 7)e^{2x+1}$. Vérifier que la fonction $I(x) = (3 + x)e^{2x+1}$ est une primitive de i .
- d. Soit $j(x) = \frac{1}{2x-1}$. Montrer que la fonction $J(x) = \frac{1}{2} \ln(2x - 1)$ est une primitive de j .
- 2) Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = xe^{-x}$. Déterminer deux réels a et b tels que la fonction H définie par $H(x) = (ax + b)e^{-x}$ soit une primitive de h .

Plus loin...

- 3) On définit les fonctions g et G par : $g(x) = \frac{(1+x)^2}{1+x^2}$ et $G(x) = \ln(1 + x^2) + x$.
Démontrer que G est une primitive de g .
- 4) QCM : La fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = e^{-x^2}$ est une primitive de la fonction f définie par :
- A : $f(x) = -xe^{-x^2}$ B : $f(x) = -2xe^{-x^2}$ C : $f(x) = xe^{-x^2}$ D : $f(x) = e^{-2x}$

Exercice 2 : Conditions sur les primitives

- 1) Soit F la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = 2x^3 - 4x + 5$.
- a. Déterminer la fonction f dont la fonction F est une primitive.
- b. Donner la forme générale de toutes les primitives de f .
- c. Déterminer la primitive F_0 de f qui prend la valeur 1 en 0.
- 2) On définit sur $]0; +\infty[$ la fonction H définie par : $H(x) = x \ln x - x$.
- a. Déterminer la fonction h dont H est une primitive.
- b. En déduire la forme générale des primitives de la fonction h .

Plus loin

- 3) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \frac{2x}{x^2+4}$ et $G_k(x) = \ln(x^2 + 4) + k$.
- a. Montrer que $G_k(x)$ est la forme générale des primitives de g .
- b. Déterminer la primitive G de g qui s'annule quand $x = 1$.