Corrections Savoir Sag. 5

Corrigé Exercice 0

a) $u_{n+1} = \boldsymbol{u_n + 0,8}$ **b)** $u_n = u_0 \times q^n = \boldsymbol{1,2 \times 0,5^n}$

c) $u_n = -2u_{n-1}$ ou $\boldsymbol{u_{n+1} = -2u_n}$

d) $u_n = u_1 + (n-1)R = -5 + 10(n-1) = \boldsymbol{10n - 15}$

e) $u_n = \boldsymbol{u_{n-1} - 1}$ **f)** $u_n = u_1 \times q^{n-1} = 1 \times 0{,}7^{n-1} = \boldsymbol{0,7^{n-1}}$

g) $u_n = u_0 + nR = \boldsymbol{0,1 + \frac{3}{2}n}$ **h)** $u_{n+1} = \boldsymbol{\frac{1}{3}u_n}$

Corrigé Exercice 1

1) (u_n) : la raison est strictement négative, la suite est **décroissante**

2) (v_n) : la raison est strictement positive, la suite est **croissante**

3) (w_n) : la raison est nulle, la suite est **stationnaire**

4) (z_n) : la raison est strictement positive, la suite est **croissante**

5) (a_n) : la raison est strictement négative, la suite est **décroissante**

6) (b_n) est arithmétique de raison -102, strictement négative : la suite est **décroissante**

Corrigé Exercice 2

1) $(s_n) : u_0 \geq 0 \;\; et \;\; q > 1$
$\Rightarrow$ La suite est **croissante**

2) $(b_n) : b_0 < 0 \;\; et \;\; q > 1$
$\Rightarrow$ La suite est **décroissante**

3) $(w_n) : w_0 \leq 0 \;\; et \;\; 0 < q < 1$
$\Rightarrow$ La suite est **croissante**

4) $(t_n) : q < 0$
$\Rightarrow$ La suite n'est **pas monotone**

5) $(e_n) : e_0 < 0 \;\; et \;\; 0 < q < 1$
$\Rightarrow$ La suite est **croissante**

6) $(a_n) : q < 0$
$\Rightarrow$ La suite n'est **pas monotone**

7) $(U_n) : U_0 \geq 0 \;\; et \;\; 0 < q < 1$
$\Rightarrow$ La suite est **décroissante**

8) $(d_n) : d_3 < 0 \;\; et \;\; q > 1$
$\Rightarrow$ La suite est **décroissante**

9) (v_n) est géométrique de raison 0,7 et 1er terme $v_0 = 1200$, donc $v_0 \geq 0 \;\; et \;\; 0 < q < 1$
$\Rightarrow$ La suite est **décroissante**

10) $(C_n) : q = 1$ $\Rightarrow$ La suite est **stationnaire**

Corrigé Exercice 3

1. Augmenter de 3,7 % revient à multiplier chaque année par 1,037.
On a donc $\boldsymbol{u_{n+1} = 1,037u_n}$: la suite est **géométrique** de **raison $\boldsymbol{1,037}$**

2. $u_n = u_0 \times q^n = \boldsymbol{187 \times 1,037^n}$

3. On a $u_0 \geq 0$ et $q > 1$ donc la suite (u_n) est **croissante**

4. L'année 2019 correspond au rang $n = 19$. On a $u_{19} = \boldsymbol{187 \times 1,037^{19}} \simeq 373$
Selon cette estimation, la production mondiale de plastique en 2019 serait **d'environ 373 millions de tonnes**

Corrigé Exercice 4

• 1^er^ cas

Méthode 1

a) $v_n = f(n)$ avec $f(x) = (x+3)^2$
Or, comme fonction PSD, la fonction f est décroissante sur $]-\infty\,;\,-3[$ et croissante sur $]-3\,;\,+\infty[$, donc en particulier f est **croissante** sur $[0\,;\,+\infty[\ \Rightarrow v_n$ est **croissante**

b) $s_n = f(n)$ avec $f(x) = -2x^3$
On a $f'(x) = -6x^2$ et donc f' est négative sur $\mathbb{R}$
$\Rightarrow$ la fonction f est décroissante sur $\mathbb{R}$ donc en particulier f est **décroissante** sur $[0\,;\,+\infty[$
$\Rightarrow s_n$ est **décroissante**

Méthode 2

a) $u_{n+1} = -2(n+1)^2 + 1$

$$= -2(n^2+2n+1)+1$$
$$= -2n^2-4n-2+1$$
$$= -2n^2-4n-1$$

Donc $u_{n+1} - u_n = -2n^2-4n-1-(-2n^2+1)$

$$= -2n^2-4n-1+2n^2-1$$
$$= -4n-2$$

Or pour $n \geq 0$, on a $-4n \leq 0 \Rightarrow -4n-2 < 0$
Donc $u_{n+1} - u_n < 0 \Rightarrow$ La suite u est **strictement décroissante**

b) $w_{n+1} = \frac{1}{n+1+1} = \frac{1}{n+2}$

Donc $w_{n+1} - w_n = \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+1} = \frac{n+1-(n+2)}{(n+1)(n+2)}$

$$= \frac{n+1-n-2}{(n+1)(n+2)} = \frac{-1}{(n+1)(n+2)}$$

Or on connait le signe de $(n+1)(n+2)$: il s'agit d'un PSD de racines -1 et -2 et positif à l'extérieur des racines, donc

n	0 $+\infty$
-1	$-$
$(n+1)(n+2)$	$+$
$w_{n+1} - w_n$	$-$

On a $w_{n+1} - w_n < 0$ donc la suite (w_n) est **strictement décroissante**

• 2^ème^ cas

Méthode 1

a) $a_{n+1} - a_n = 3n \geq 0 \Rightarrow a_n$ *est* ***croissante***

b) $b_{n+1} - b_n = n^2 - 9$
Or $n^2 - 9$ est positif à l'extérieur de ses racines, donc sur $\mathbb{N}$, positif pour $n \geq 3$
$\Rightarrow b_n$ *est* ***croissante*** ***<u>à partir du rang 3</u>***

Méthode 2

a) Pour $n \geq 0$, on a bien $\frac{1}{n+5} > 0$ et $u_{n+1} = \frac{1}{n+6}$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\frac{1}{n+6}}{\frac{1}{n+5}} = \frac{n+5}{n+6}$$

Or, comme $n+5 < n+6$, on a $\frac{n+5}{n+6} < 1$

Donc $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1 \Rightarrow$ La suite (u_n) est **décroissante**

b) Pour $n \geq 0$, on a bien $\frac{2}{5^n} > 0$ et $w_{n+1} = \frac{2}{5^{n+1}}$

$$\frac{w_{n+1}}{w_n} = \frac{\frac{2}{5^{n+1}}}{\frac{2}{5^n}} = \frac{5^n}{5^{n+1}} = \frac{5^n}{5 \times 5^n} = \frac{1}{5} < 1$$

$\Rightarrow$ La suite (w_n) est **décroissante**

Corrigé Exercice 5

1. $u_3 = \frac{8\times 3-4}{3+1} = \frac{20}{4} = \mathbf{5}$

2. a. Pour x^2+2x+1 on a $\Delta = 0$ et $x_0 = -1$ Donc le PSD est positif partout et nul en $x=-1$.
La dérivée f' est donc strictement positive pour $x \geq 0$, et la fonction $\boldsymbol{f}$ **est strictement croissante** pour $x \geq 0$

b. On a $u_n = f(n)$ avec la fonction f définie au (a), qui est croissante. Donc $(\boldsymbol{u_n})$ **est strictement croissante.**