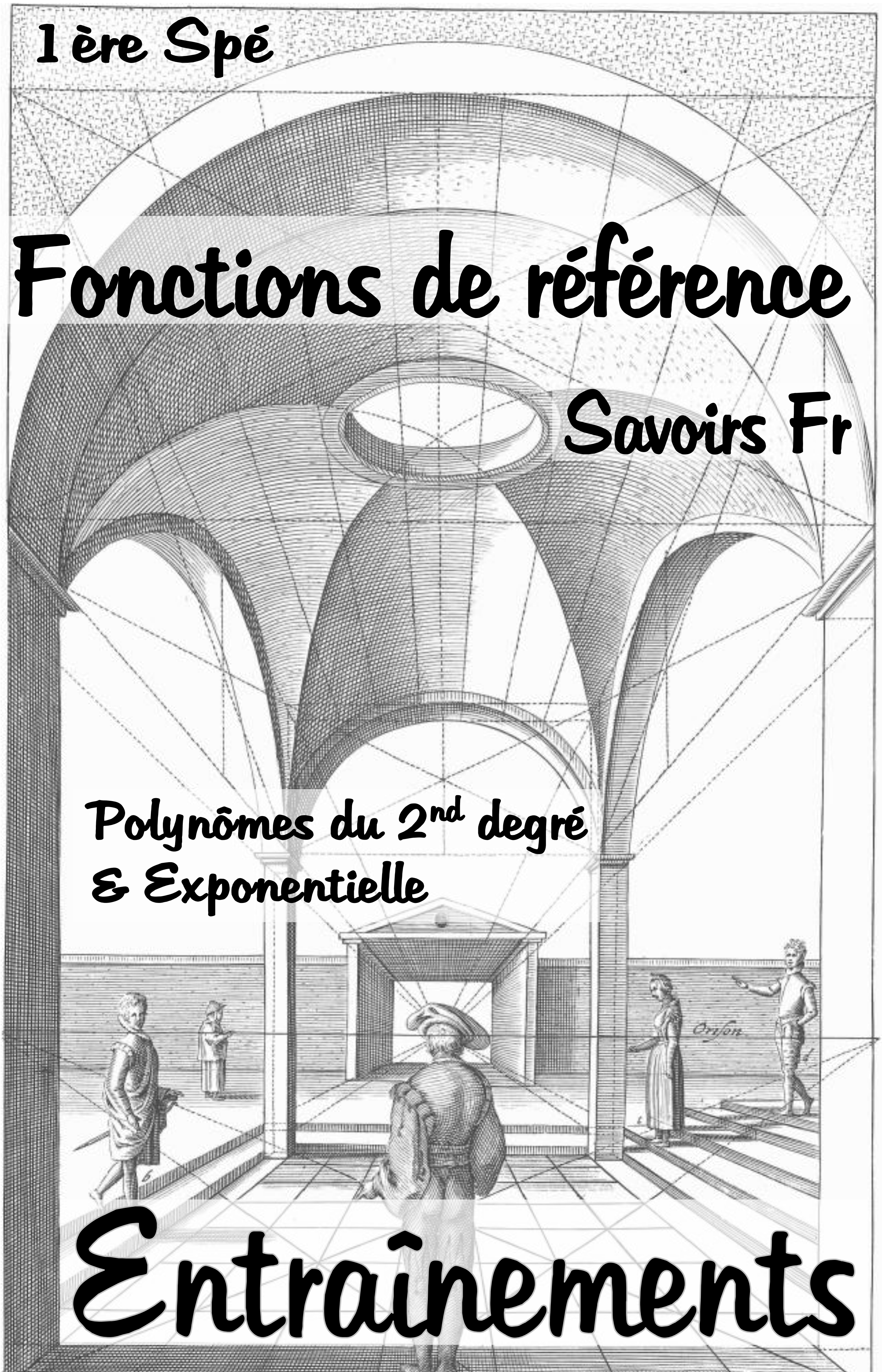


1 ère Spé

Fonctions de référence

Savoirs Fr

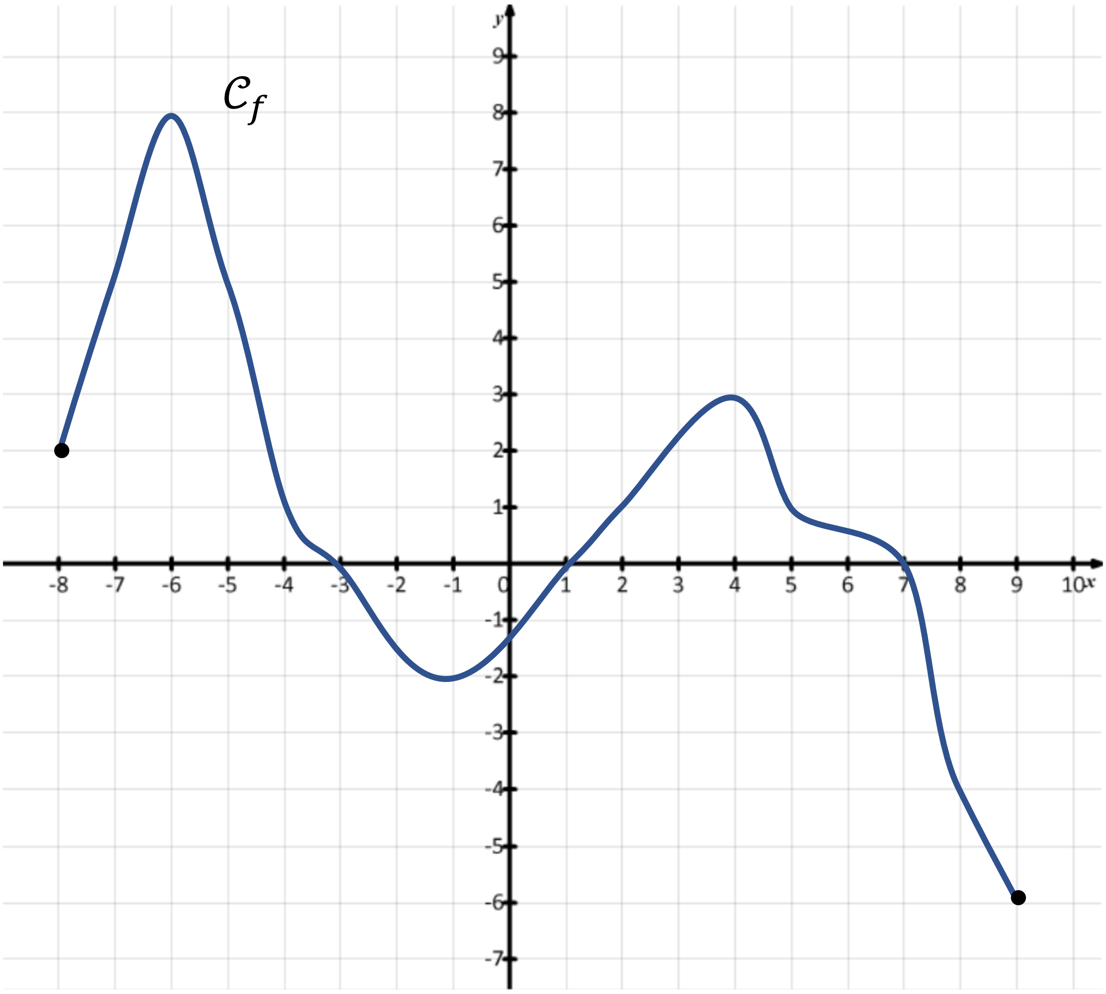
Polynômes du 2nd degré
& Exponentielle

Entraînements

Sujet de préparation

Savoir Fr. 1

On donne ci-contre la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ d'une fonction f définie sur $[-7; 9]$.
Déterminer graphiquement les réponses aux questions suivantes :



1) a. Déterminer $f(8)$

b. Résoudre $f(x) = 5$

c. Résoudre $f(x) \leq 1$

2) Déterminer le tableau de signe de la fonction f sur $[-7\,;9]$

3) a. Déterminer le tableau de variation de f sur $[-7\,;9]$

b. Quel est le maximum de f sur $[-4\,;5]$?

c. Pour $x \in [1\,;6]$, compléter … $\leq f(x) \leq \cdots$

Savoir Fr. 2

On donne la fonction définie sur $\mathbb{R}$: $q(x) = \frac{x^2}{2} - 2x - 16$

1) Pour chacun des questions suivantes, justifier ou donner les calculs

a. Déterminer les points d'intersection de la courbe représentative C_q avec les deux axes.

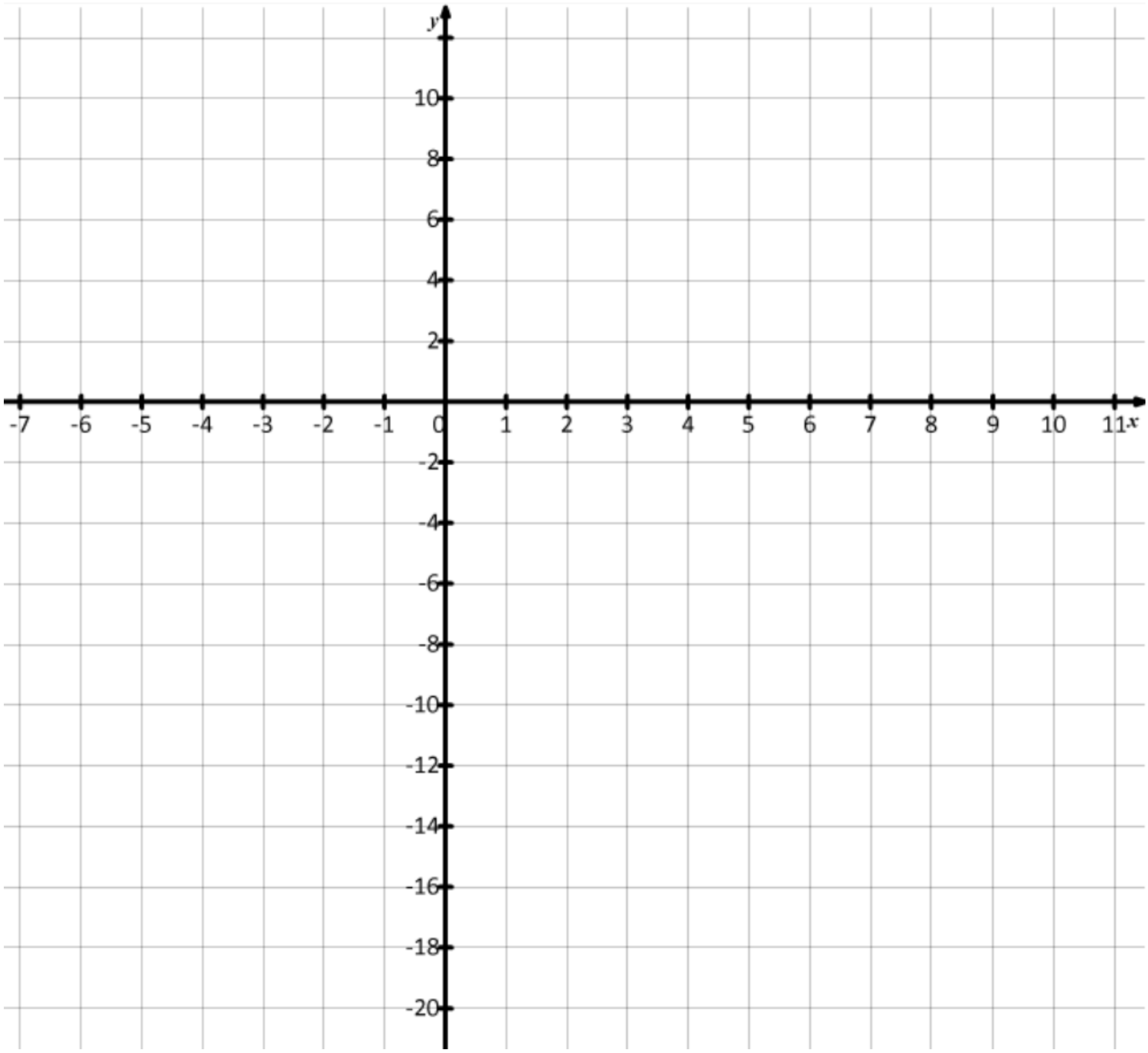
b. Déterminer les coordonnées de son sommet

c. Déterminer l'orientation de la parabole

(2ème question page suivante)

2) Tracer dans le repère ci-dessous l'allure la plus précise possible de la courbe $\mathcal{C}_q$, en faisant apparaître les informations de la question (1)

Attention aux échelles imposées sur le graphique…



Savoir Fr. 3

1) On donne la fonction : $p(x) = \dfrac{x^2}{2} - x - \dfrac{1}{2}$

Déterminer son tableau de variation, et préciser son extremum.

2) Pour $-6 \leq x < -4$, encadrer la fonction $g(x) = 5 - 2x^2$. Justifier votre réponse.

Savoir Fr. 4

1) Simplifier chaque expression, puis donner si nécessaire une valeur approchée à 10^{-2} près.

$$A = \frac{-2e^1}{1+e^0} \qquad B = 3e^2 - 4e^0 \qquad C = 1 - e^{3-2^2} \qquad D = \frac{1-e}{2e^1 - 2}$$

2) On donne la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = (x^2 - 5x + 5)e^x$$

a. Calculer la valeur exacte de $g(3)$

b. Compléter le tableau de variation ci-contre, avec les valeurs exactes les plus simples possibles

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$g(x)$		$\nearrow$	…	$\searrow$	…	$\nearrow$	

Savoir Fr. 5

1) Mettre les expressions suivantes sous la forme d'une unique exponentielle

$$A = \frac{2}{e^{-3}} \qquad B = e^{-x} \times e^{3x-1} \qquad C = \frac{e^5}{e^{2x}} \qquad D = (3e^x)^2$$

2) Mettre sous la forme d'un produit, puissance ou quotient d'exponentielles simples

$$E = e^{3-x} \qquad F = -2e^{4x+5}$$

3) **a.** Développer : $f(x) = 3e^x(e^{-x} + 3e^x)$ **b.** Factoriser : $g(x) = 3xe^{-x} - 2e^{-x}$

Savoir Fr. 6

1) Déterminer le tableau de signe sur $\mathbb{R}$ de la fonction f définie par : $f(x) = (-2x^2 - 6x + 8)e^{-3x}$

2) Résoudre : $\dfrac{-3e^{1-x}}{2x^2 - x} \geq 0$

Entraînement pas savoir

Savoir Fr. 1 : Fonctions - Rappels

Entraînement n°1

On donne ci-dessous la courbe représentative $\mathcal{C}_g$ d'une fonction g définie sur $[-7; 9]$.
Déterminer graphiquement les réponses aux questions suivantes :

1) a. Quelle est l'image de 6 Par la fonction g

b. Résoudre $g(x) = -2$

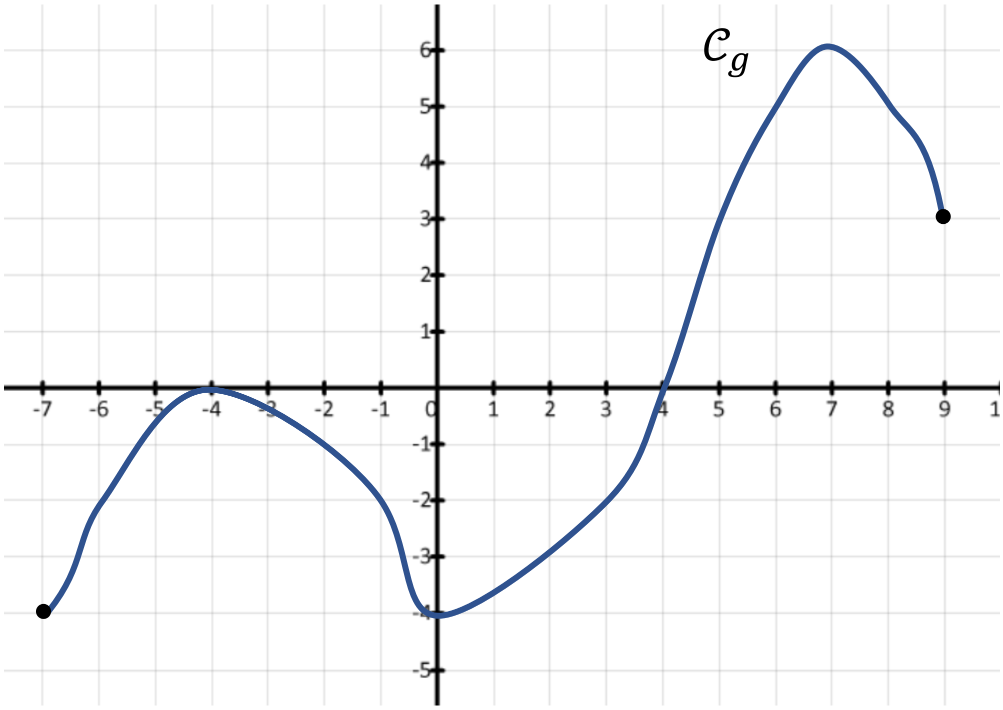
c. Résoudre $g(x) > 3$

2) Déterminer le tableau de signe de la fonction g sur $[-6\,;7]$

3) a. Déterminer le tableau de variation de g sur $[-7\,;9]$

b. Quel est le minimum de g sur $[3\,;8]$?

c. Pour $-6 \leq x \leq -1$, compléter … $\leq g(x)$ …



Entraînement n°2

On donne ci-contre la courbe représentative $\mathcal{C}_h$ d'une fonction g définie sur $[-6; 7]$.
Déterminer graphiquement les réponses aux questions suivantes :

1) a. Combien vaut $h(3)$?

b. Quel est l'antécédent de 3 par h ?

c. Résoudre $h(x) > -4$

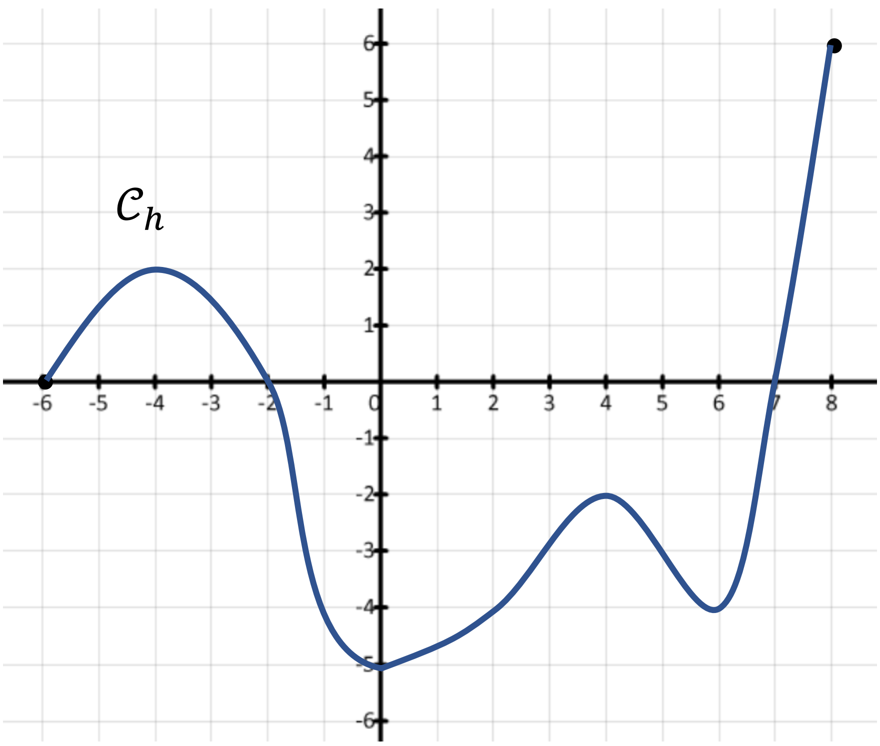
2) Déterminer le tableau de signe de la fonction h sur $[-6\,;8]$

3) a. Déterminer le tableau de variation de h sur $[-2\,;8]$

b. Quel est le minimum de h sur $[4\,;7]$?

c. Pour $x \in [-5\,;-1]$, compléter

… $\leq h(x) \leq \cdots$



Entraînement n°3

On donne ci-contre la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ d'une fonction f définie sur $[-4; 10]$.
Déterminer graphiquement les réponses aux questions suivantes :

1) a. Déterminer $f(4)$

b. Résoudre $f(x) = -4$

c. Résoudre $f(x) \geq 3$

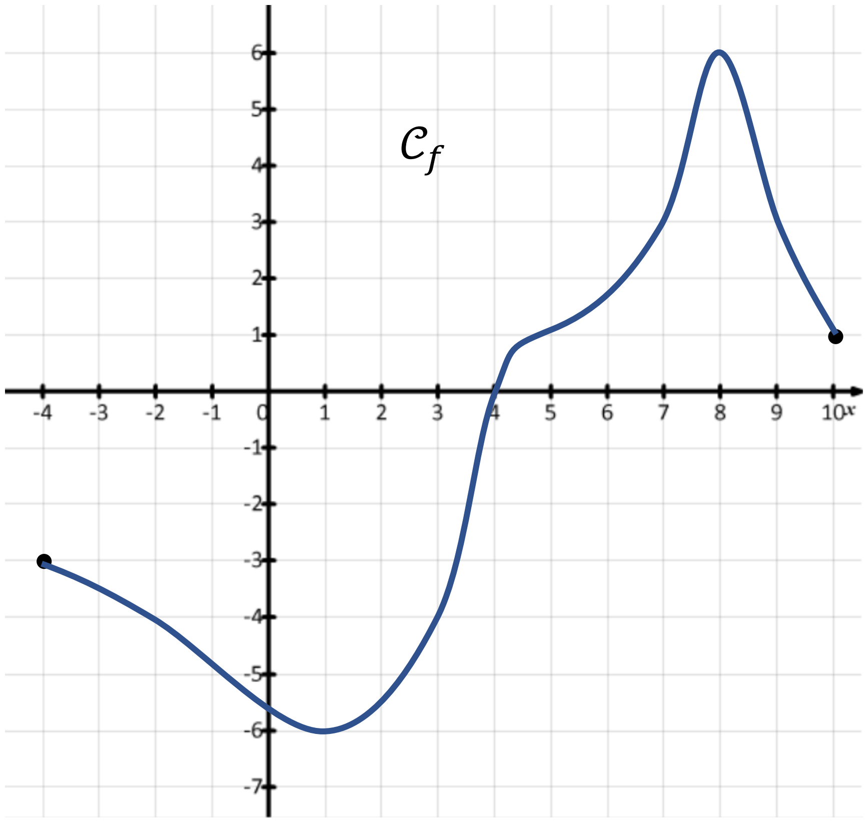
2) Déterminer le tableau de signe de la fonction f sur $[0\,;10]$

3) a. Déterminer le tableau de variation de f sur $[-4\,;9]$

b. Quel est le maximum de f sur $[-4\,;3]$?

c. Pour $x \in [3\,;10]$, compléter :

$\ldots \leq f(x) \leq \cdots$



Savoir Fr. 2 : PSD – Représentation graphique

Entraînement n°1

Soit la fonction définie sur $\mathbb{R}$:

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - x + 12$$

1) Pour chacun des questions suivantes, justifier ou donner les calculs

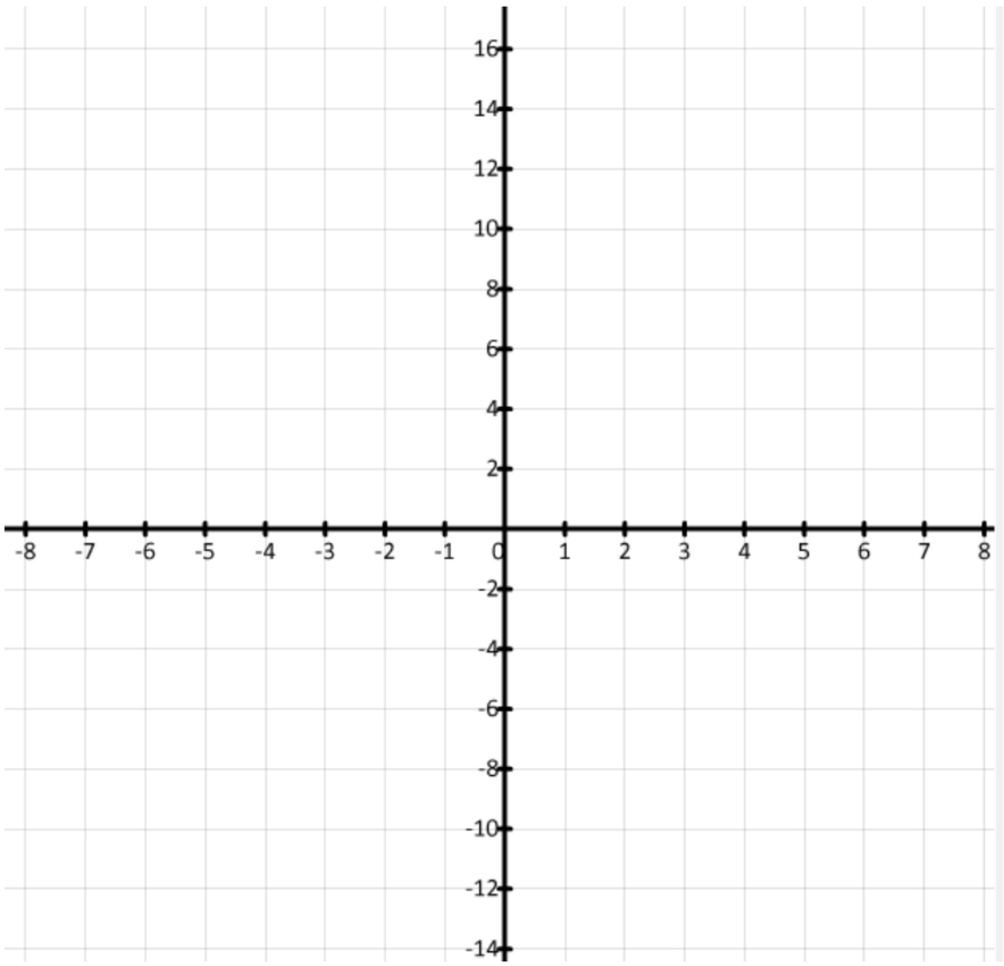
a. Déterminer les points d'intersection de la courbe représentative $\mathcal{C}_f$, avec les deux axes.

b. Déterminer les coordonnées de son sommet

c. Déterminer l'orientation de la parabole

2) Tracer dans le repère ci-contre l'allure la plus précise possible de la courbe $\mathcal{C}_f$, en faisant apparaître les informations de la question (1)

Attention aux échelles imposées sur le graphique…



Entraînement n°2

On donne la fonction définie sur $\mathbb{R}$: $p(x) = 2x^2 - 4x - 6$

1) Pour chacun des questions suivantes, justifier ou donner les calculs

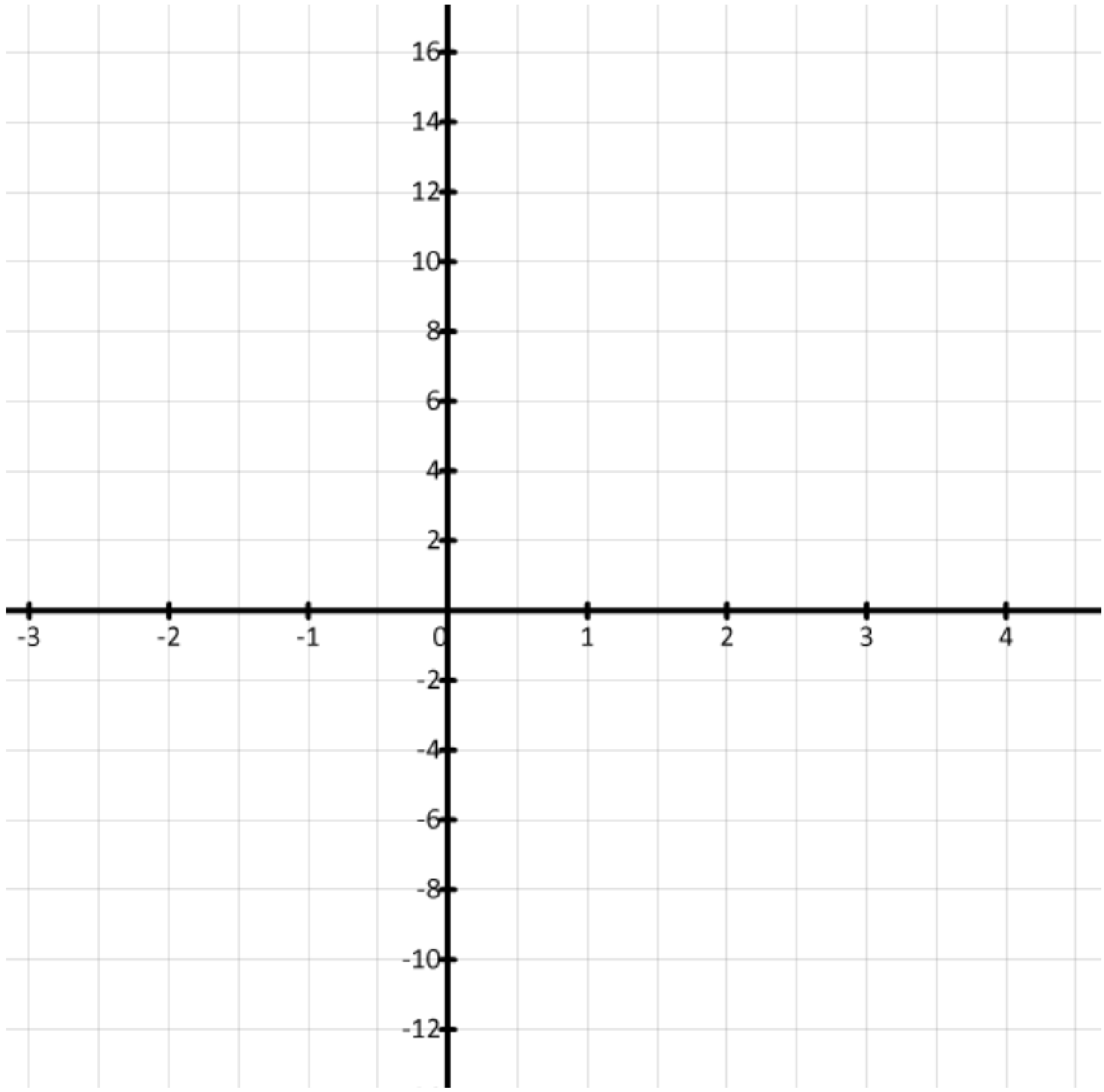
a. Déterminer les points d'intersection de la courbe représentative $\mathcal{C}_p$, avec les deux axes.

b. Déterminer les coordonnées de son sommet

c. Déterminer l'orientation de la parabole

2) Tracer dans le repère ci-contre l'allure la plus précise possible de la courbe $\mathcal{C}_p$, en faisant apparaître les informations de la question (1)

Attention aux échelles imposées sur le graphique…



Entraînement n°3

On donne la fonction définie sur $\mathbb{R}$: $g(x) = -2x^2 + 6x - 9$

1) Pour chacun des questions suivantes, justifier ou donner les calculs

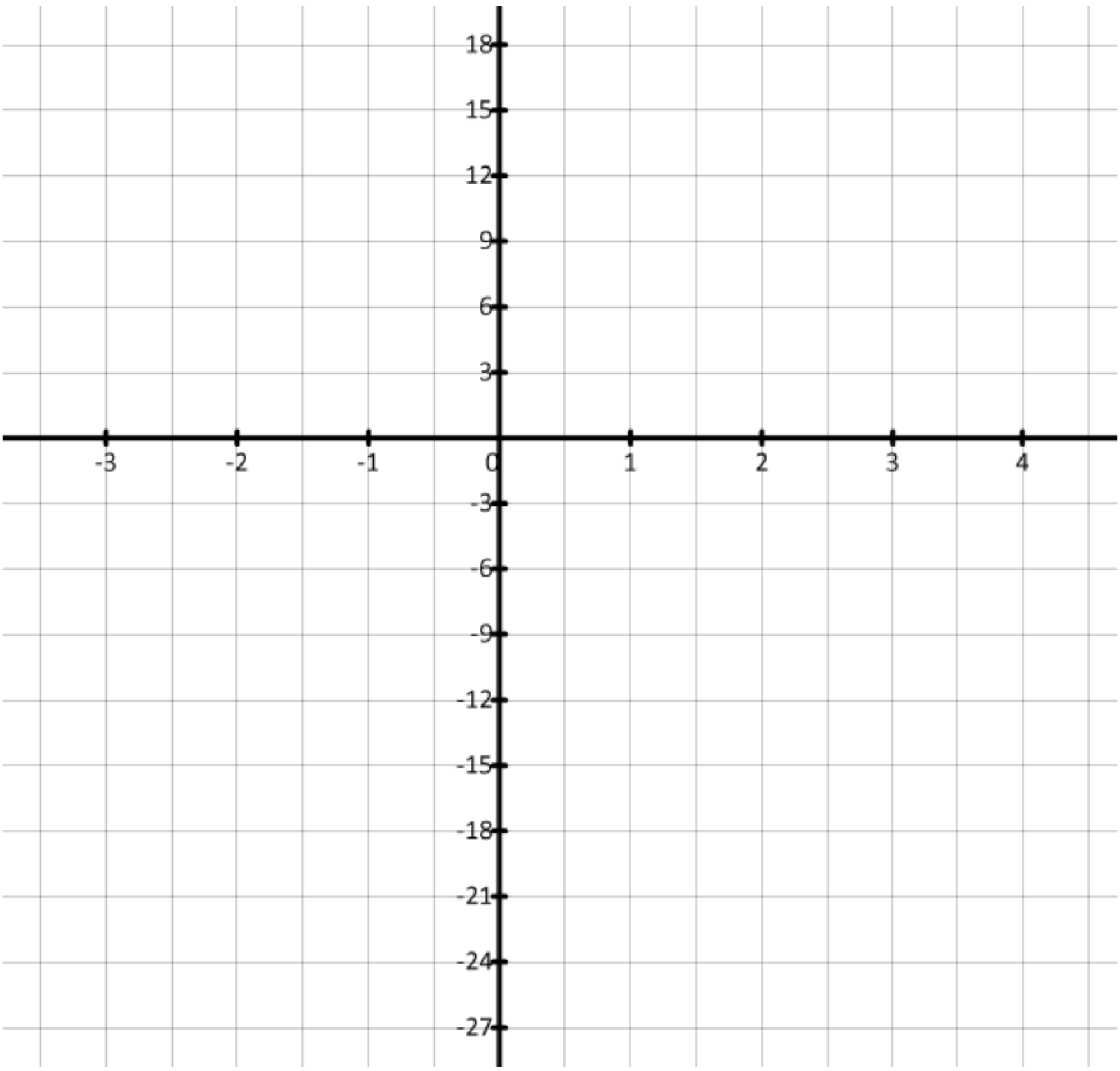
a. Déterminer les points d'intersection de la courbe représentative $\mathcal{C}_g$, avec les deux axes.

b. Déterminer les coordonnées de son sommet

c. Déterminer l'orientation de la parabole

2) Tracer dans le repère ci-contre l'allure la plus précise possible de la courbe $\mathcal{C}_g$, en faisant apparaître les informations de la question (1)

Attention aux échelles imposées sur le graphique…



Savoir Fr. 3 : PSD – Variations et extrema

Entraînement n°1

1) On donne la fonction : $p(x) = -x^2 + 6x - 2$

Déterminer son tableau de variation, et préciser son extremum.

2) Pour $-1 < x < 3$, encadrer la fonction $g(x) = 2x^2 - 8x + 9$. Justifier votre réponse.

Entraînement n°2

1) On donne la fonction : $f(x) = 2x^2 + 2x + \dfrac{1}{2}$

Déterminer son tableau de variation, et préciser son extremum.

2) Pour $x \in [-2;\ 2[$, encadrer la fonction $s(x) = x^2 + 10x - 2$. Justifier votre réponse.

Entraînement n°3

1) On donne la fonction : $h(x) = -3x^2 + 14x + 5$

Déterminer son tableau de variation, et préciser son extremum.

2) Pour $-8 < x \leq 7$, encadrer la fonction $m(x) = 2x^2 - 12x + 3$. Justifier votre réponse.

Savoir Fr. 4 : Exponentielle - Calculs

Entraînement n°1

1) Simplifier chaque expression, puis donner si nécessaire une valeur approchée à 10^{-2} près.

$A = -3e^0 - 4e^1 + e^2$ $\qquad B = \dfrac{1 + e^1}{2 - e^0}$ $\qquad C = (2 \times 3 - 1)e^{1-3}$ $\qquad D = (3 + e^1) \times (3 - e^1)$

2) On donne la fonction g définie sur $\left[0; \frac{5}{2}\right]$ par :

$$f(x) = (5 - 2x)e^{2x}$$

a. Calculer la valeur exacte de $f\left(\frac{5}{2}\right)$

x	0		2		$\frac{5}{2}$
$f(x)$	…	↘	…	↗	…

b. Compléter le tableau de variation ci-contre, avec les valeurs exactes les plus simples possibles

Entraînement n°2

1) Simplifier chaque expression, puis donner si nécessaire une valeur approchée à 10^{-2} près.

$A = -8e^{1-3\times 2}$ $\quad$ $B = (3-2)e^1 - e^{1^2-1}$ $\quad$ $C = \dfrac{2-2e^1}{3e^2}$ $\quad$ $D = \dfrac{3e^{2\times 3-6}+1}{e^{1-2}}$

2) On donne la fonction g définie sur $[-1;1]$ par :

$$g(x) = (2x-1)e^{1-x^2}$$

x	0		1		2
$g(x)$	…	$\nearrow$	…	$\searrow$	…

a. Calculer la valeur exacte de $g(0)$

b. Compléter le tableau de variation ci-contre, avec les valeurs exactes les plus simples possibles

Entraînement n°3

1) Simplifier chaque expression, puis donner si nécessaire une valeur approchée à 10^{-2} près.

$A = 2e^0(e^1 + e^{-1})$ $\quad$ $B = 3e^3 - e^3$ $\quad$ $C = (3e^{4-3})^2$ $\quad$ $D = \dfrac{2e^{5-2^2} - e^{(1-2)^2}}{e^{1-(3-2)}}$

2) On donne la fonction g définie sur $[0;1]$ par :

$$h(x) = \frac{x}{e^{2x-1}}$$

x	0		$\frac{1}{2}$		1
$h(x)$	…	$\nearrow$	…	$\searrow$	…

a. Calculer la valeur exacte de $h(1)$

b. Compléter le tableau de variation ci-contre, avec les valeurs exactes les plus simples possibles

Savoir Fr. 5 : Exponentielle - Propriétés

Entraînement n°1

1) Mettre les expressions suivantes sous la forme d'une unique exponentielle

$A = e^3 \times e^{-2x}$ $\quad$ $B = \dfrac{e}{e^x}$ $\quad$ $C = \dfrac{-1}{e^{-2-x}}$ $\quad$ $D = (e^{4x})^3$

2) Mettre sous la forme d'un produit, puissance ou quotient d'exponentielles simples

$E = e^{x^2-5}$ $\quad$ $F = e^{1-7x}$

3) a. Développer : $f(x) = e^{-x}(2e^{2x} - e^x)$ $\quad$ **b.** Factoriser : $g(x) = x^2e^{2x} - (x+2)e^{2x}$

Entraînement n°2

1) Mettre les expressions suivantes sous la forme d'une unique exponentielle

$H = \dfrac{e^{3x}}{e}$ $\quad I = 2e^{2x} \times 3e^{x-3}$ $\quad J = 2e^{x} - (e^{x})^2$ $\quad K = \dfrac{e^{1-x}}{e^{2x+3}}$

2) Mettre sous la forme d'un produit, puissance ou quotient d'exponentielles simples $\quad L = 2e^{-x^2-1}$ $\quad M = e^{-1} + e^{-2x}$

3) **a.** Développer : $h(x) = (e^{x} - 2)(2e^{-x} + 1)$ $\quad$ **b.** Factoriser : $t(x) = e^{2x} - 3e^{x}$

Entraînement n°3

1) Mettre les expressions suivantes sous la forme d'une unique exponentielle

$A = \dfrac{2e}{e^3}$ $\quad B = (e^{x})^2 \times e^{x^2}$ $\quad C = (e^{3-x})^2 \times e^{2x}$ $\quad D = \dfrac{2e^{3x-4}}{e^{1-4x}}$

2) Mettre sous la forme d'un produit, puissance ou quotient d'exponentielles simples $\quad E = e^{-3x+2} \times e$ $\quad F = e^{2x^2-1}$

3) **a.** Développer : $f(x) = e^{x}(1 - e^{-x}) - e^{2x}(e^{-x} + 1)$ $\quad$ **b.** Factoriser : $g(x) = e^{2x} - e^{2x+1}$

Savoir Fr. 6 : Tableaux de signes

Entraînement n°1

1) Déterminer le tableau de signe sur $\mathbb{R}$ de la fonction f définie par : $f(x) = (1 - x^2)e^{x}$

2) Résoudre : $\dfrac{2x - 6}{e^{-2x}} < 0$

Entraînement n°2

1) Déterminer le tableau de signe sur $[0; +\infty[$ de la fonction g définie par : $g(x) = \dfrac{e^{1-x}}{x^2 - 3x + 2}$

2) Résoudre : $2x\, e^{3-x^2} \leq 0$

Entraînement n°3

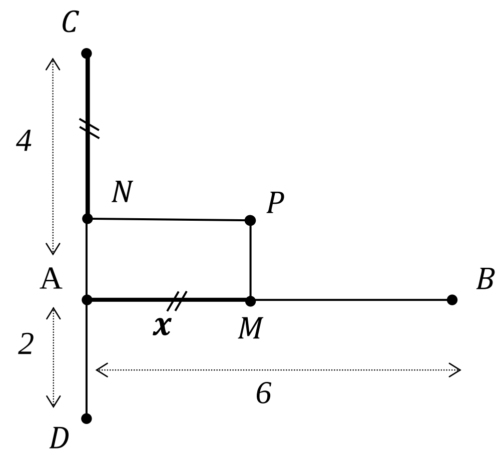
1) Déterminer le tableau de signe sur $[-3; 2]$ de h définie par : $h(x) = (x^2 + 2x - 3)e^{3-x}$

2) Résoudre : $\dfrac{-4x^2 + 14x - 10}{e^{-x^2+3x}} > 0$

Exercices type bac

Exercice 1

Les segments $[AB]$ et $[CD]$, de longueur 6, sont perpendiculaires en A, avec $AD = 2$.
M et N sont variables respectivement sur $[AB]$ et $[CD]$ tels que $AM = CN = x$ où $0 \leq x \leq 6$.



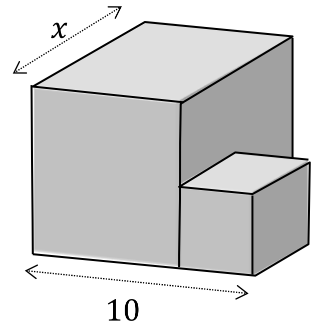
1) Exprimer en fonction de x l'aire $f(x)$ du rectangle $AMPN$ *(vous distinguerez deux cas suivant la place de N par rapport à A, il peut donc être utile de réaliser une 2ème figure pour le 2ème cas)*

2) Représenter graphiquement la fonction f

3) a. Utiliser le graphique pour déterminer les valeurs de x pour lesquelles l'aire du rectangle est supérieure à 3.

b. Retrouver ce résultat par le calcul

Exercice 2



Les deux cubes sont tels que la somme des mesures de leurs côtés est égale à 10 cm. On note x la mesure du côté de l'un d'entre eux.

Déterminer la valeur de x pour laquelle la somme des deux volumes est minimale.

Exercice 3 (extrait sujet bac)

On considère la fonction f définie et dérivable sur $[-1; 1]$ des nombres réels par : $f(x) = x + 1 + \frac{x}{e^x}$
On note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

1. Donner les valeurs exactes les plus simplifiées de $f(-1)$; $f(0)$ et $f(1)$

2. Soit g la fonction définie sur $[-1; 1]$ par : $g(x) = 1 - x + e^x$

a. On donne ci-contre le tableau donnant les variations de la fonction g sur $[-1; 1]$. Compléter ce tableau avec les valeurs exactes les plus simplifiées possibles.

b. En déduire le signe de $g(x)$.

3. Démontrer que, pour tout réel x : $1 + \frac{e^x - xe^x}{(e^x)^2} = e^{-x} g(x)$

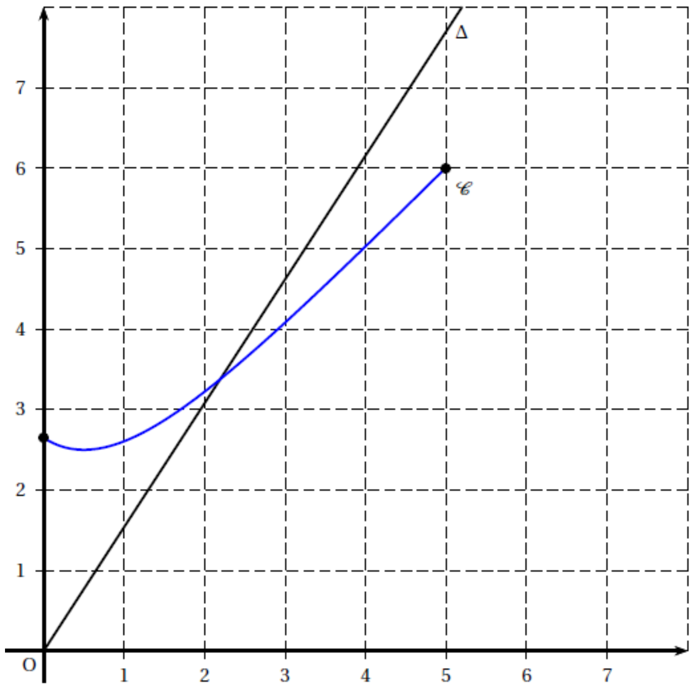
Exercice 4 (extrait sujet bac)

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;5]$ par : $f(x) = x + 1 + e^{-x+0,5}$
On a représenté ci-contre, dans un plan muni d'un repère orthonormé :

- la courbe $\mathcal{C}$ représentative de la fonction f ;
- la droite Δ d'équation $y = 1,5x$.

(…)



2. On note α l'abscisse du point d'intersection de $\mathcal{C}$ et Δ.

a. Donner, par lecture graphique, un encadrement de α à 0,5 près.

b. Résoudre graphiquement sur l'intervalle [0 ; 5] l'inéquation $f(x) < 1,5x$.

Partie B : Application

Une entreprise fabrique des cartes à puces électroniques à l'aide d'une machine.

La fonction f, définie dans la partie A, représente le coût d'utilisation de la machine en fonction de la quantité x de cartes produites, lorsque x est exprimé en centaines de cartes et $f(x)$ en centaines d'euros.

1. a. Déduire de la partie A, le nombre de cartes à produire pour avoir un coût minimal d'utilisation de la machine.

b. Chaque carte fabriquée par la machine est vendue l,50 €.
La recette perçue pour la vente de x centaines de cartes vaut donc $1,5x$ centaines d'euros. Vérifier que le bénéfice obtenu, en centaines d'euros, par la vente de x centaines de cartes est donné par :

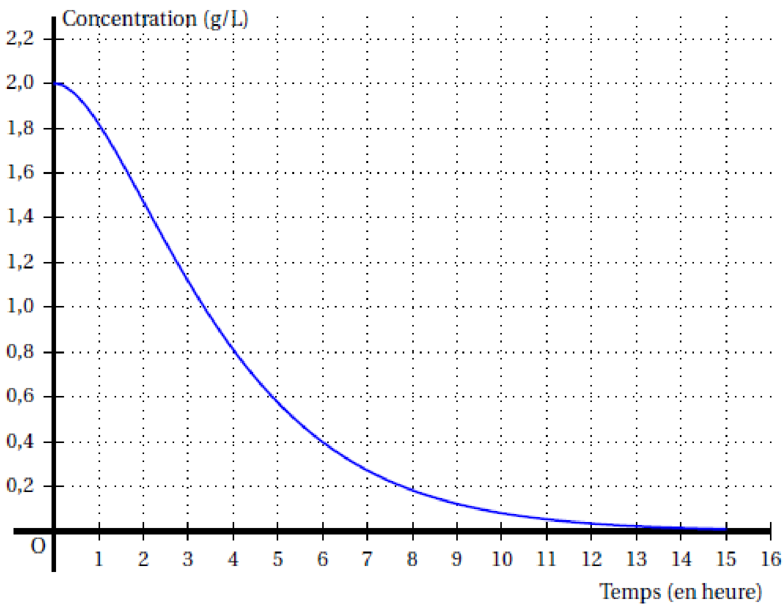
$$B(x) = 0,5x - 1 - e^{-x+0,5}$$

2. a. On admet que la fonction B est strictement croissante sur l'intervalle [0 ; 5]. Donner son tableau de variation complet.

(…)

Exercice 5

On injecte à un patient un médicament et on mesure régulièrement, pendant 15 heures, la concentration, en grammes par litre, de ce médicament dans le sang.
On obtient la courbe fournie ci-contre.



A. Étude graphique

On fera apparaitre sur le graphique les traits de construction nécessaires.
Avec la précision permise par le graphique, indiquer :

1. la concentration à l'instant initial

2. l'intervalle de temps pendant lequel la concentration est supérieure ou égale à 0,4 gramme par litre.

B. Étude théorique

On admet que la concentration peut être modélisée par la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 15] par

$$f(x) = (x+2)e^{-0,5x}$$

où x représente le nombre d'heures écoulées depuis l'instant initial et $f(x)$ la concentration, en grammes par litre, du médicament dans le sang.

1. Calculer la valeur exacte la plus simplifiée possible de $f(15)$. Puis donner une valeur approchée à 10^{-3} près
Interpréter dans le contexte.

(...)

Exercice 6

Une entreprise fabrique et vend aux écoles primaires des lots constitués de cahiers et de stylos.

Partie A

L'entreprise possède une machine qui peut fabriquer au maximum 1 500 lots par semaine. Le coût total de fabrication hebdomadaire est modélisé par la fonction g définie sur [0 ; 15] par $g(x) = 18x + e^{0,5x-1}$
Lorsque x représente le nombre de centaines de lots, $g(x)$ est égal au coût total exprimé en centaines d'euros.

(...) On admet que la fonction g est strictement croissante sur [0 ; 15].

2. Quelle est la valeur maximale du coût total exprimé en centaines d'euros ?

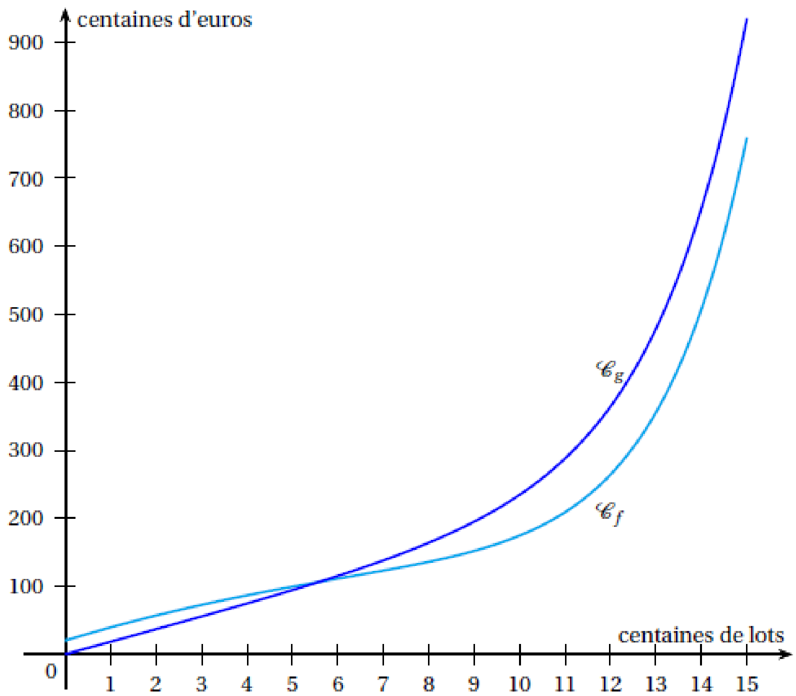
Partie B

L'entreprise acquiert une nouvelle machine qui permet d'obtenir un coût total de fabrication hebdomadaire modélisé par la fonction f définie sur [0 ; 15] par :

$$f(x) = e^{0,5x-1} - x^2 + 20x + 20$$

Lorsque x représente le nombre de centaines de lots, $f(x)$ est égal au coût total exprimé en centaines d'euros.

On note C_g et C_f les représentations graphiques respectives des fonctions g et f



1. Par lecture graphique, donner un encadrement d'amplitude 100 du nombre k de lots à partir duquel cette nouvelle machine permet de diminuer le coût total de production

2. On cherche à préciser le résultat précédent par le calcul.

a. Montrer que la détermination de k conduit à résoudre l'inéquation $-x^2 + 2x + 20 \leq 0$.

b. Résoudre cette inéquation sur l'intervalle [0 ; 15].

c. En déduire le nombre entier de lots à partir duquel cette nouvelle machine permet de diminuer le coût total de production.

(...)

Corrections ~~Sujet~~ de préparation

Savoir Fr. 1 : Corrigé

1) a. $f(8) = \mathbf{-4}$ **b.** $f(x) = 5 \Rightarrow S = \{\mathbf{-7};\ \mathbf{-5}\}$ **c.** $f(x) \leq 1 \Rightarrow S = [\mathbf{-4}; \mathbf{-2}] \cup [\mathbf{5}; \mathbf{9}]$

2)

x	-8		-3		1		7		9
$f(x)$		$+$	$\mathbf{0}$	$-$	$\mathbf{0}$	$+$	$\mathbf{0}$	$-$	

3) a.

x	-8		-6		-1		4		9
$f(x)$	$\mathbf{2}$	$\nearrow$	$\mathbf{8}$	$\searrow$	$\mathbf{-2}$	$\nearrow$	$\mathbf{3}$	$\searrow$	$\mathbf{-6}$

b. pour $x \in [-4; 5]$, **le maximum est de 3** (atteint pour $x = 4$)

c. Pour $x \in [1\,; 6]$, on a :

$$\mathbf{0} \leq f(x) \leq \mathbf{3}$$

Savoir Fr. 2 : Corrigé

1) On calcule $\Delta = 36$; $x_1 = 8$ et $x_2 = -4$; $x_0 = 2$ et $q(2) = -18$

a. Axe $(\boldsymbol{Ox})$: On a $q(x) = 0 \Rightarrow S = \{-4\,;\ 8\}$.

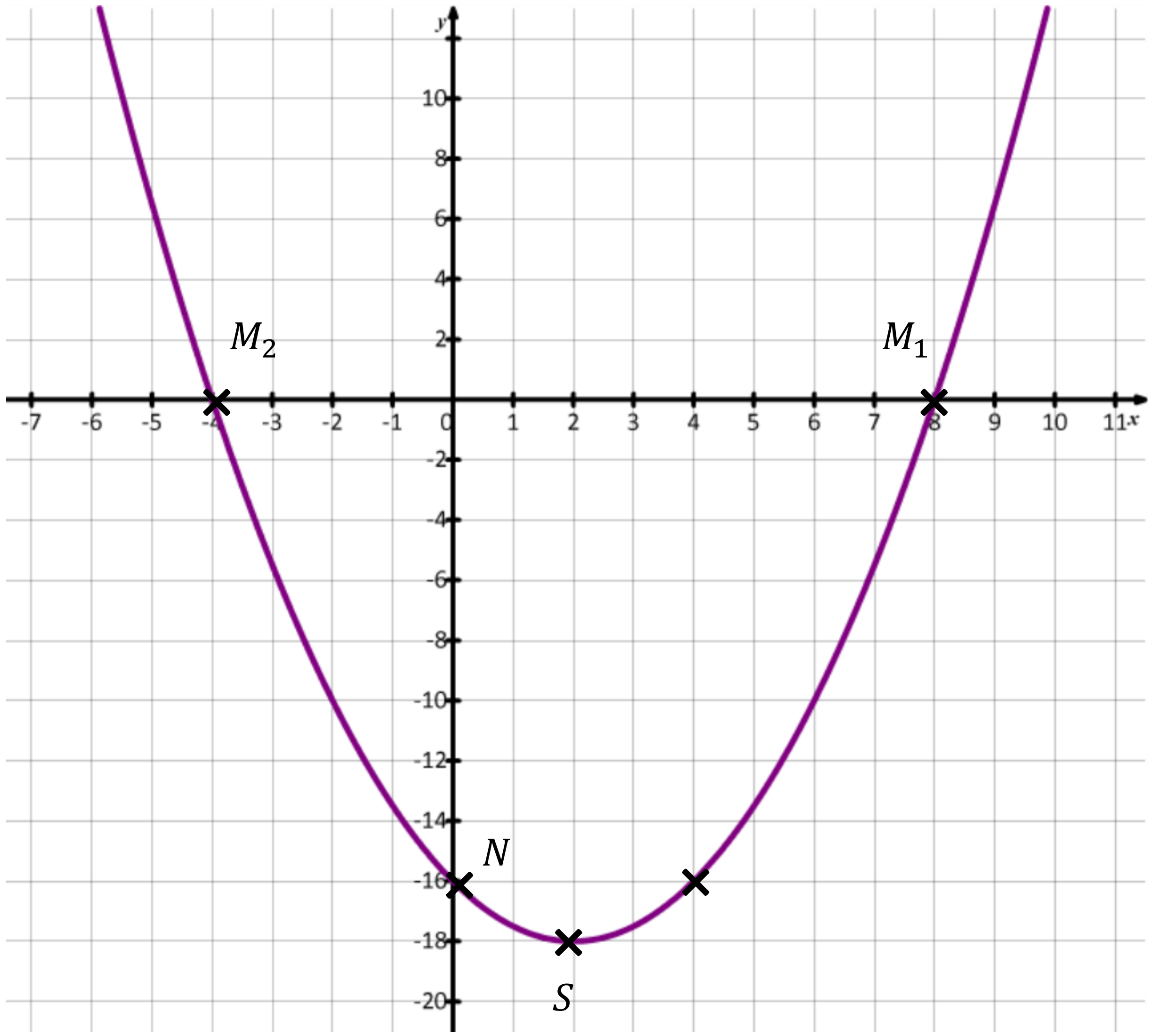
On a deux points d'intersection : $\boldsymbol{M_1}\ (\mathbf{-4}\,;\ \mathbf{0})$ et $\boldsymbol{M_2}\ (\mathbf{8}\,;\ \mathbf{0})$

Axe (*Oy*) : On a $q(0) = -16 \Rightarrow$ On a un point d'intersection : $\boldsymbol{N}\ (\mathbf{0}\,;\ \mathbf{-10})$

b. $x_0 = 2$ et $q(2) = -18 \Rightarrow$ Sommet : $\boldsymbol{S}\ (\mathbf{2}\,;\ \mathbf{-18})$

c. Le coefficient $a = \frac{1}{2} > 0$ donc la parabole est **« à l'endroit »**

2) voir page suivante



Savoir Fr. 3 : Corrigé

1) On a $a = \frac{1}{2} > 0$ la parabole est à « l'endroit »
et on a : $x_0 = 1$ et $p(1) = -1$
Il s'agit d'un minimum de -1 (atteint pour $x = 1$)

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$p(x)$	↘	$\mathbf{-1}$	↗

2) On a $a = -2 < 0$ la parabole est à « l'envers »
et on a : $x_0 = 0$ et $g(0) = 5$
Pour $-6 \leq x < -4$, on a : $\boldsymbol{-67 \leq g(x) < -27}$

x	$-\infty$	-6	-4	0	$+\infty$
$g(x)$	↗	$\mathbf{-67}$	$\mathbf{-27}$	$\mathbf{5}$	↘

Savoir Fr. 4 : Corrigé

1)

$A = \dfrac{-2e}{1+1} = -\dfrac{2e}{2}$

$A = \boldsymbol{-e}$

$A \simeq -2{,}72$

$B = 3e^2 - 4 \times 1$

$B = \boldsymbol{3e^2 - 4}$

$B \simeq 18{,}17$

$C = 1 - e^{3-4}$

$C = 1 - e^{-1} = \boldsymbol{1 - \dfrac{1}{e}}$

$C \simeq 0{,}63$

$D = \dfrac{1-e}{2e-2} = \dfrac{1-e}{2(e-1)}$

$D = \boldsymbol{-\dfrac{1}{2}}$

2) a. $g(3) = (3^2 - 5 \times 3 + 5)e^3 = (9 - 15 + 5)e^3$

$g(3) = \boldsymbol{-e^3}$

b. $g(0) = (0 - 0 + 5)e^0 = 5 \times 1 = \mathbf{5}$

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$g(x)$		↗	$\mathbf{5}$	↘	$\boldsymbol{-e^3}$	↗	

Savoir Fr. 5 : Corrigé

1)

$A = 2e^{-(-3)} = \boldsymbol{2e^3}$

$B = e^{-x+3x-1} = \boldsymbol{e^{2x-1}}$

$C = \boldsymbol{e^{5-2x}}$

$D = \boldsymbol{9e^{2x}}$

2)

$E = \boldsymbol{\dfrac{e^3}{e^x}}$

$F = -2e^{4x} \times e^5 = \boldsymbol{-2e^5(e^x)^4}$

3) a. $f(x) = 3e^x(e^{-x} + 3e^x) = 3e^xe^{-x} + 3e^x \times 3e^x = 3e^{x-x} + 9e^{x+x} = 3e^0 + 9e^{2x} = \boldsymbol{3 + 9e^{2x}}$

b. $g(x) = \boldsymbol{(3x-2)e^{-x}}$

Savoir Fr. 6 : Corrigé

1) Pour $-2x^2 - 6x + 8$, on a $\Delta = 100$, $x_1 = -4$ et $x_2 = 1$, négatif à l'extérieur des racines

Une exponentielle est toujours positive

x	$-\infty$		-4		1		$+\infty$
$-2x^2 - 6x + 8$		$-$	0	$+$	0	$-$	
e^{-3x}		$+$	$\vert$	$+$	$\vert$	$+$	
$f(x)$		$-$	$\mathbf{0}$	$+$	$\mathbf{0}$	$-$	

2) On a $2x^2 - x = x(2x-1)$ Donc $x_1 = 0$ et $x_2 = \frac{1}{2}$, positif à l'extérieur des racines

Une exponentielle est toujours positive

x	$-\infty$		0		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
-3		$-$	$\vert$	$-$	$\vert$	$-$	
e^{1-x}		$+$	$\vert$	$+$	$\vert$	$+$	
$2x^2 - x$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$\frac{-3e^{1-x}}{2x^2-x}$		$-$	$\Vert$	$+$	$\Vert$	$-$	

Et donc $\boldsymbol{S} = \left]\mathbf{0}; \boldsymbol{\frac{1}{2}}\right[$

Corrections Entraînement pas savoir

Corrigé Savoir Fr. 1

Corrigé Entraînement n°1

1) a. $g(6) = \mathbf{5}$ **b.** $g(x) = -2 \Rightarrow S = \{\mathbf{-6};\ \mathbf{-1}; \mathbf{3}\}$ **c.** $g(x) > 3 \Rightarrow S =]\mathbf{5}; \mathbf{9}[$

2)

x	-6		-4		4		7
$g(x)$		$-$	$\mathbf{0}$	$-$	$\mathbf{0}$	$+$	

3) a.

x	-7		-4		0		7		9
$g(x)$	$\mathbf{-4}$	$\nearrow$	$\mathbf{0}$	$\searrow$	$\mathbf{-4}$	$\nearrow$	$\mathbf{6}$	$\searrow$	$\mathbf{3}$

b. pour $x \in [3; 8]$, **le minimum est de -2** (atteint pour $x = 3$)

c. Pour $-6 \leq x \leq -1$ on a :

$$\mathbf{-2} \leq g(x) \leq \mathbf{0}$$

Corrigé Entraînement n°2

1) a. $h(3) = \mathbf{-3}$ **b.** $h(x) = 3$ **l'antécédent est 7,5** **c.** $h(x) > -4 \Rightarrow S = [\mathbf{-6};\ \mathbf{-1}[\cup]\mathbf{2}; \mathbf{6}[$

2)

x	-6		-2		7		8
$h(x)$		$+$	$\mathbf{0}$	$-$	$\mathbf{0}$	$+$	

3) a.

x	-2		0		4		4		8
$h(x)$	$\mathbf{0}$	$\searrow$	$\mathbf{-5}$	$\nearrow$	$\mathbf{-2}$	$\searrow$	$\mathbf{-4}$	$\nearrow$	$\mathbf{6}$

b. pour $x \in [4; 7]$, **le minimum est de -4** (atteint pour $x = 6$)

c. Pour $x \in [-5\,; -1]$ on a :

$$\mathbf{-4} \leq h(x) \leq \mathbf{2}$$

Corrigé Entraînement n°3

1) a. $f(4) = \mathbf{0}$ **b.** $f(x) = -4 \Rightarrow S = \{\mathbf{-2};\ \mathbf{3}\}$ **c.** $f(x) \geq 3 \Rightarrow S = [\mathbf{7}; \mathbf{9}]$

2)

x	0		4		9
$f(x)$		$-$	$\mathbf{0}$	$+$	

3) a.

x	-4		1		8		10
$f(x)$	$\mathbf{-3}$	↘	$\mathbf{-6}$	↗	$\mathbf{6}$	↘	$\mathbf{1}$

b. pour $x \in [-4; 3]$, **le maximum est de** $\mathbf{-3}$ (atteint pour $x = -4$)

c. Pour $x \in [3\,; 10]$, on a :

$$\mathbf{-4} \leq f(x) \leq \mathbf{6}$$

Corrigé Savoir Fr. 2

Corrigé Entraînement n°1

1) On calcule $\Delta = 25$; $x_1 = -6$ et $x_2 = 4$; $x_0 = -1$ et $f(-1) = \frac{25}{2}$

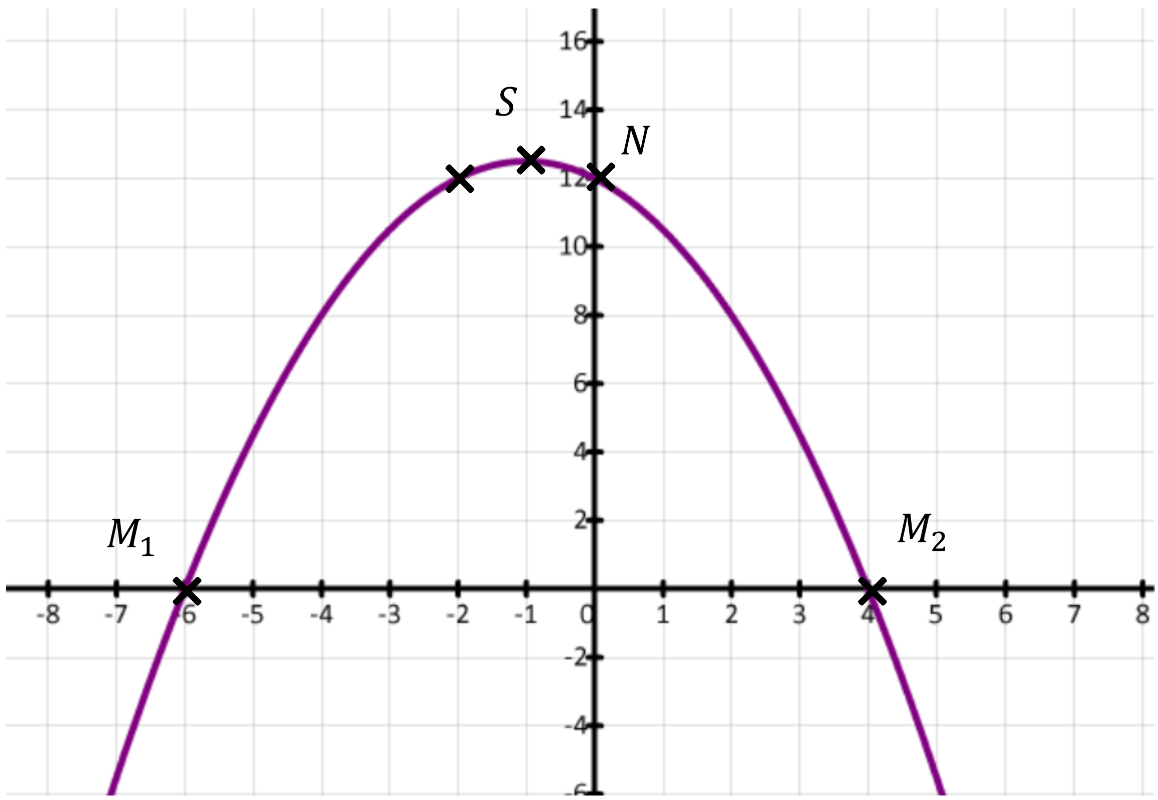
a. Axe $(\boldsymbol{Ox})$: $f(x) = 0 \Rightarrow S = \{-6; 4\} \Rightarrow$ deux points d'intersection : $\boldsymbol{M_1}\ (\mathbf{-6}\ ;\ \mathbf{0})$ et $\boldsymbol{M_2}\ (\mathbf{4}\ ;\ \mathbf{0})$

Axe $(\boldsymbol{Oy})$: On a $g(0) = 12 \Rightarrow$ On a un point d'intersection : $\boldsymbol{N}\ (\mathbf{0}\ ;\ \mathbf{12})$

b. $x_0 = -1$ et $f(-1) = \frac{25}{2} \Rightarrow$ Sommet : $\boldsymbol{S}\ \left(\mathbf{-1}\,; \frac{\mathbf{25}}{\mathbf{2}}\right)$

c. Le coefficient $a = -\frac{1}{2} < 0$ donc la parabole est **« à l'envers »**

2)



Corrigé Entraînement n°2

1) On calcule $\Delta = 64$; $x_1 = 3$ et $x_2 = -1$; $x_0 = 1$ et $p(1) = -8$

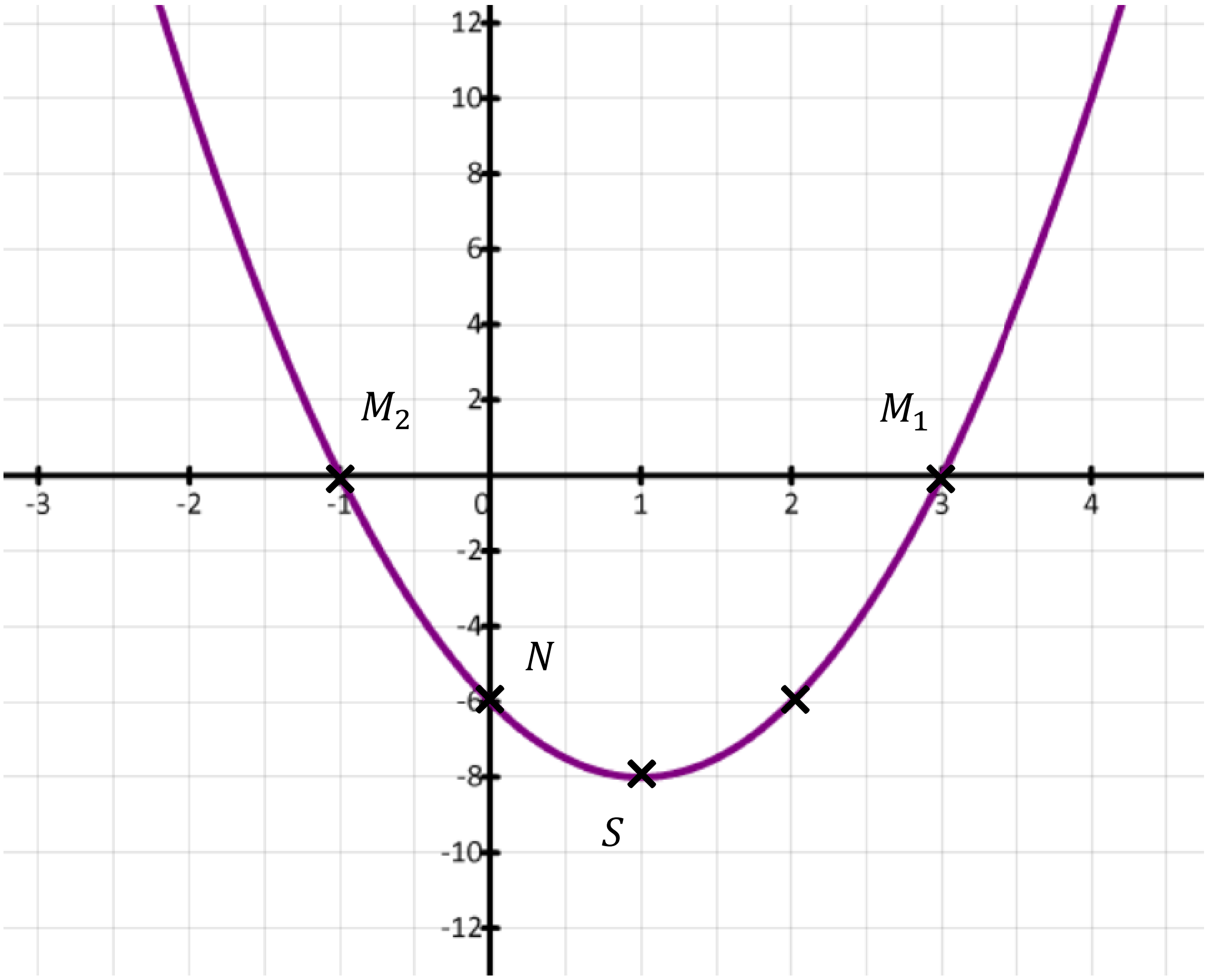
a. Axe $(\boldsymbol{Ox})$: On a deux points d'intersection : $\boldsymbol{M_1}\ (\mathbf{3}\ ;\ \mathbf{0})$ et $\boldsymbol{M_2}\ (-\mathbf{1}\ ;\ \mathbf{0})$

Axe $(\boldsymbol{Oy})$: On a $p(0) = -6 \Rightarrow$ On a un point d'intersection : $\boldsymbol{N}\ (\mathbf{0}\ ;\ -\mathbf{6})$

b. Sommet : $\boldsymbol{S}\ (\mathbf{1}\ ;\ -\mathbf{8})$

c. Le coefficient $a = 2 > 0$ donc la parabole est **« à l'endroit »**

2)



Corrigé Entraînement n°3

1) On calcule $\Delta = -36$; $x_0 = \frac{3}{2}$ et $g\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{9}{2}$

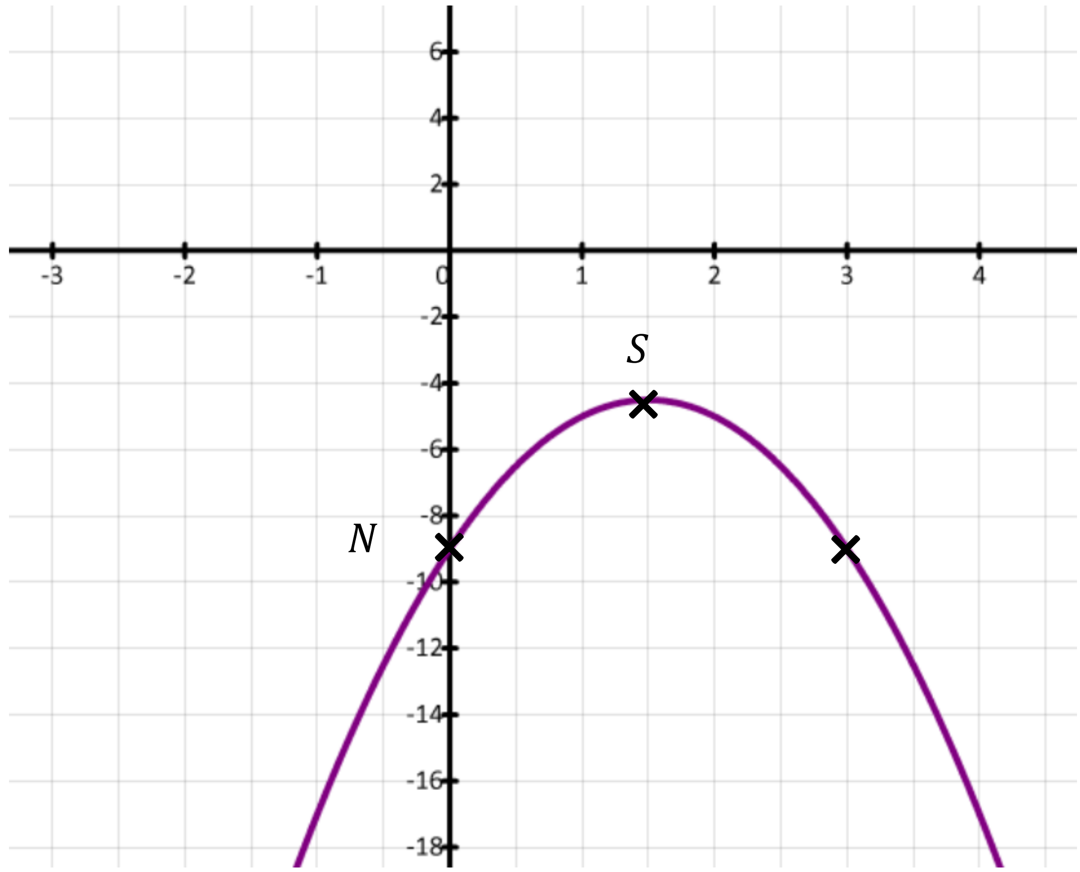
a. Axe $(\boldsymbol{Ox})$: On n'a aucun point d'intersection (pas de solutions de l'équation $g(x) = 0$)

Axe (*Oy*) : On a $g(0) = -9 \Rightarrow$ On a un point d'intersection : $\boldsymbol{N}\ (\mathbf{0}\ ;\ -\mathbf{9})$

b. Sommet : $\boldsymbol{S}\ \left(\frac{3}{2}\ ;\ -\frac{9}{2}\right)$

c. Le coefficient $a = -2 < 0$ donc la parabole est **« à l'envers »**

2) page suivante



Corrigé Savoir Fr. 3

Corrigé Entraînement n°1

1) On a $a = -1 < 0$ la parabole est à « l'envers »
et on a : $x_0 = 3$ et $p(3) = 7$
Il s'agit d'un maximum de 7 (atteint pour $x = 3$)

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$p(x)$		$\nearrow$	$\mathbf{7}$	$\searrow$	

2) On a $a = 4 > 0$ la parabole est à « l'endroit »
et on a : $x_0 = 2$ et $g(2) = 1$
Pour $-1 < x < 3$, on a : $\mathbf{1 \leq g(x) < 19}$

x	$-\infty$		-1		2		3		$+\infty$
$g(x)$		$\searrow$	$\mathbf{19}$	$\searrow$	$\mathbf{1}$	$\nearrow$	$\mathbf{3}$	$\nearrow$	

Corrigé Entraînement n°2

1) On a $a = 2 > 0$ la parabole est à « l'endroit »
et on a : $x_0 = -\frac{1}{2}$ et $f\left(-\frac{1}{2}\right) = 0$
Il s'agit d'un minimum de 0 (atteint pour $x = -\frac{1}{2}$)

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f(x)$		$\searrow$	$\mathbf{0}$	$\nearrow$	

2) On a $a = 1 > 0$ la parabole est à « l'endroit »
et on a : $x_0 = -5$ et $s(-5) = -27$
Pour $-2 \leq x < 2$, on a : $\boldsymbol{-18 \leq s(x) < 22}$

x	$-\infty$	-5	-2	2	$+\infty$
$s(x)$	$\searrow$	$\mathbf{-27}$	$\mathbf{-18}$	$\mathbf{22}$	$\nearrow$

Corrigé Entraînement n°3

1) On a $a = -3 < 0$ la parabole est à « l'envers »
et on a : $x_0 = \frac{7}{3}$ et $h\left(\frac{7}{3}\right) = \frac{64}{3}$
Il s'agit d'un maximum de $\boldsymbol{\frac{64}{3}}$ (atteint pour $x = \frac{7}{3}$)

x	$-\infty$		$\frac{7}{3}$		$+\infty$
$h(x)$		$\nearrow$	$\boldsymbol{\frac{64}{3}}$	$\searrow$	

2) On a $a = 2 > 0$ la parabole est à « l'endroit »
et on a : $x_0 = 3$ et $m(3) = -15$
Pour $-8 < x \leq 7$, on a :

$$\boldsymbol{-15 \leq m(x) \leq 227}$$

x	$-\infty$	-8		3		7	$+\infty$
$m(x)$	$\searrow$	$\mathbf{227}$	$\searrow$	$\mathbf{-15}$	$\nearrow$	$\mathbf{17}$	$\nearrow$

Corrigé Savoir Fr. 4

Corrigé Entraînement n°1

1)

$A = \boldsymbol{-3 - 4e + e^2}$
$A \simeq -6{,}48$

$B = \dfrac{1+e}{2-1} = \boldsymbol{1 + e}$
$B \simeq 3{,}72$

$C = (6-1)e^{-2}$
$C = \boldsymbol{5e^{-2}} = \dfrac{5}{e^2}$
$C \simeq 0{,}68$

$D = (3+e) \times (3-e)$
$D = \boldsymbol{9 - e^2}$
$D \simeq 1{,}61$

2) a. $f\left(\frac{5}{2}\right) = \left(5 - 2 \times \frac{5}{2}\right) e^{2\times\frac{5}{2}} = (5-5)e^5 = \mathbf{0}$

b. $f(0) = (5 - 2 \times 0)e^{2\times 0} = 5e^0 = \mathbf{5}$
$f(2) = (5 - 2 \times 2)e^{2\times 2} = \boldsymbol{e^4}$

x	0		2		$\frac{5}{2}$
$f(x)$	5	$\nearrow$	e^4	$\searrow$	$\mathbf{0}$

Corrigé Entraînement n°2

1)

$A = -8e^{1-6} = -8e^{-5}$

$A \simeq -0{,}05$

$B = 1e - e^{1-1}$

$B = e - e^0 = \boldsymbol{e - 1}$

$B \simeq 1{,}72$

$C = \dfrac{\mathbf{2 - 2e}}{\mathbf{3e^2}}$

$C \simeq -0{,}16$

$D = \dfrac{3e^{6-6} + 1}{e^{-1}} = \dfrac{(3e^0 + 1)}{e^{-1}}$

$D = \dfrac{4}{e^{-1}} = 4e^1 = \boldsymbol{4e}$

$D \simeq 10{,}87$

2) a. $g(0) = (0 - 1)e^1 = \boldsymbol{-e}$

b. $g(-1) = (-2 - 1)e^{1-1} = -3e^0 = \mathbf{-3}$

$g\left(-\frac{1}{2}\right) = (-1 - 1)e^{1-\frac{1}{4}} = \boldsymbol{-2e^{\frac{3}{4}}}$

$g(1) = (2 - 1)e^{1-1} = \mathbf{1}$

x	-1		$-\frac{1}{2}$		1
$g(x)$	$\mathbf{-3}$	↘	$\boldsymbol{-2e^{\frac{3}{4}}}$	↗	$\mathbf{1}$

Corrigé Entraînement n°3

1)

$A = \mathbf{2}\left(\boldsymbol{e} + \dfrac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{e}}\right)$

$A \simeq 6{,}17$

$B = \boldsymbol{2e^3}$

$B \simeq 40{,}17$

$C = (3e^1)^2 = \boldsymbol{9e^2}$

$C \simeq 66{,}5$

$D = \dfrac{2e^{5-4} - e^{(-1)^2}}{e^{1-1}} = \dfrac{2e^1 - e^1}{e^0}$

$D = \dfrac{2e - e}{1} = \boldsymbol{e}$ $\qquad D \simeq 2{,}72$

1) a. $h(1) = \dfrac{1}{e^{2-1}} = \dfrac{1}{e^1} = \dfrac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{e}}$

b. $h(0) = \dfrac{0}{e^{0-1}} = \mathbf{0}$ et $h\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{\frac{1}{2}}{e^{1-1}} = \dfrac{\frac{1}{2}}{1} = \dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}$

x	0		$\frac{1}{2}$		1
$h(x)$	$\mathbf{0}$	↗	$\mathbf{\frac{1}{2}}$	↘	$\boldsymbol{\frac{1}{e}}$

Corrigé Savoir Fr. 5

Corrigé Entraînement n°1

1) $A = \boldsymbol{e^{3-2x}}$ $\qquad B = \boldsymbol{e^{1-x}}$ $\qquad C = \boldsymbol{-e^{2+x}}$ $\qquad D = \boldsymbol{e^{12x}}$ $\qquad$ **2)** $E = \dfrac{\boldsymbol{e^{x^2}}}{\boldsymbol{e^5}}$ $\qquad F = \dfrac{e}{e^{7x}} = \dfrac{\boldsymbol{e}}{\boldsymbol{(e^x)^7}}$

3) a. $f(x) = e^{-x}(2e^{2x} - e^x) = 2e^{2x-x} - e^{x-x} = 2e^x - e^0 = \boldsymbol{2e^x - 1}$

b. $g(x) = x^2e^{2x} - (x + 2)e^{2x} = \big(x^2 - (x + 2)\big)e^{2x} = \boldsymbol{(x^2 - x - 2)e^{2x}}$

Corrigé Entraînement n°2

1) $H = \boldsymbol{e^{3x-1}}$ $\qquad I = 6e^{2x+x-3}$, $I = \boldsymbol{6e^{3x-3}}$ $\qquad J = \boldsymbol{2e^x - e^{2x}}$ $\qquad K = e^{1-x-2x-3}$, $K = \boldsymbol{e^{-3x-2}}$ $\qquad$ **2)** $L = \dfrac{\mathbf{2}}{\boldsymbol{e \times e^{x^2}}}$ $\qquad M = \dfrac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{e}} + \dfrac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{e^{2x}}}$

3) a. $h(x) = 2e^{x-x} + e^x + 4e^{-x} - 2 = 2 + e^x + 4e^{-x} - 2 = \boldsymbol{e^x + \frac{4}{e^x}}$

b. $t(x) = (e^x)^2 - 3e^x = \boldsymbol{(e^x - 3)e^x}$

Corrigé Entraînement n°3

1)

$A = 2e^{1-3}$
$\boldsymbol{A = 2e^{-2}}$

$B = e^{2x} \times e^{x^2}$
$B = \boldsymbol{e^{2x+x^2}}$

$C = e^{2(3-x)} \times e^{2x}$
$C = e^{3-2x+2x} = \boldsymbol{e^3}$

$D = 2e^{3x-4-(1-4x)}$
$D = \boldsymbol{2e^{7x-5}}$

2) $E = \dfrac{e^2 \times e}{e^{3x}} = \dfrac{e^3}{(e^x)^3} = \left(\dfrac{\boldsymbol{e}}{\boldsymbol{e^x}}\right)^3$ $\qquad F = \dfrac{e^{2x^2}}{e} = \dfrac{\left(\boldsymbol{e^{x^2}}\right)^2}{\boldsymbol{e}}$

3) a. $f(x) = e^x - e^{x-x} - e^{2x-x} - e^{2x} = e^x - e^0 - e^x - e^{2x} = \boldsymbol{-1 - e^{2x}}$

b. $g(x) = e^{2x} - e \times e^{2x} = \boldsymbol{(1-e)e^{2x}}$

Corrigé Savoir Fr. 6

Corrigé Entraînement n°1

1) Pour $1 - x^2 = (1+x)(1x-)$ donc $x_1 = -1$ et $x_2 = 1$, négatif à l'extérieur des racines
Une exponentielle est toujours positive

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$1-x^2$		$-$	0	$+$	0	$-$	
e^x		$+$	$\vert$	$+$	$\vert$	$+$	
$f(x)$		$-$	$\boldsymbol{0}$	$+$	$\boldsymbol{0}$	$-$	

2) Une exponentielle est toujours positive

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$2x-6$		$-$	0	$+$	
e^{-x}		$+$	$\vert$	$+$	
$\frac{2x-6}{e^{-2x}}$		$-$	$\boldsymbol{0}$	$+$	

Et donc $\boldsymbol{S} =]-\infty; \boldsymbol{3}[$

Corrigé Entraînement n°2

1) Pour $x^2 - 3x + 2$, on a $\Delta = 1, x_1 = 1$ et $x_2 = 2$, positif à l'extérieur des racines
Une exponentielle est toujours positive

x	0		1		2		$+\infty$
e^{1-x}	$\vert$	$+$	$\vert$	$+$	$\vert$	$+$	
x^2-3x+2	$\vert$	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$\vert$	$+$	$\vert\vert$	$-$	$\vert\vert$	$+$	

2) Une exponentielle est toujours positive

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$2x$		$-$	0	$+$	
e^{3-x^2}		$+$	$\vert$	$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

Et donc $\boldsymbol{S} =]-\infty; \boldsymbol{0}]$

Corrigé Entraînement n°3

1) Pour $x^2 + 2x - 3$, on a $\Delta = 16, x_1 = -3$ et $x_2 = 1$, positif à l'extérieur des racines
Une exponentielle est toujours positive

x	-3		-1		1		2
x^2+2x-3	0	$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	
e^{3-x}	$\vert$	$+$	$\vert$	$+$	$\vert$	$+$	
$h(x)$	$\boldsymbol{0}$	$+$	$\boldsymbol{0}$	$-$	$\boldsymbol{0}$	$+$	

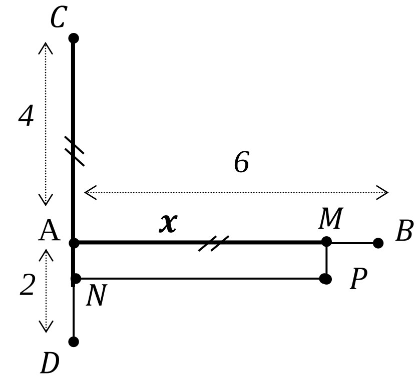
2) On a $-4x^2 + 14x - 10$ on a $\Delta = 36$; $x_1 = 1$ et $x_2 = \frac{5}{2}$, négatif à l'extérieur des racines
Une exponentielle est toujours positive

x	$-\infty$		$\boldsymbol{1}$		$\boldsymbol{\frac{5}{2}}$		$+\infty$
$-4x^2+14x-10$		$-$	0	$+$	0	$-$	
e^{-x^2+3x}		$+$	$\vert$	$+$	$\vert$	$+$	
$\frac{-4x^2+14x-10}{e^{-x^2+3x}}$		$-$	$\boldsymbol{0}$	$+$	$\boldsymbol{0}$	$-$	

Et donc $\boldsymbol{S} = \left]\boldsymbol{1}; \boldsymbol{\frac{5}{2}}\right[$

Corrections Exercices type bac

Exercice 1 : Corrigé



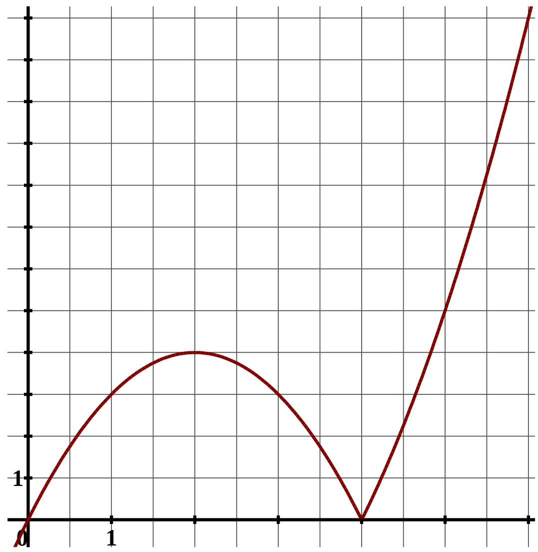
1) Si $x \leq 4$, le point $N \in [CA]$ (dessin de l'énoncé)

$$\Rightarrow f(x) = x(4 - x) = \boldsymbol{-x^2 + 4x}$$

Si $x \geq 4$, le point $N \in [DA]$ (dessin ci-contre)

$$\Rightarrow f(x) = x(x - 4) = \boldsymbol{x^2 - 4x}$$

2) Sur $[0; 4]$, courbe à l'envers ; on a les racines $x_1 = 0$ et $x_2 = 4$ et le sommet $x_0 = 2$ et $f(2) = 4$ donc $S(2; 4)$
Sur $[4; 6]$, courbe à l'endroit ; mais on n'a que le bout de la branche ($x_1 = 0$ et $x_2 = 4$ et $x_0 = 2$ et $f(2) = -4$)
Faire un tableau de valeur à la calculatrice pour avoir des courbes le plus précises possible…



3) a. $f(x) \geq 3 \Rightarrow \boldsymbol{S} = [\mathbf{1}\,;\,\mathbf{3}] \cup [\mathbf{4{,}7}\,;\,\mathbf{6}]$

b. Résoudre les 2 inéquations :

Sur $[0\,;4]$, on a : $-x^2 + 4x \geq 3 \Leftrightarrow -x^2 + 4x - 3 \geq 0$
On a $\Delta = 4; x_1 = 1; x_2 = 3$ et négatif à l'extérieur des racines
Donc $\boldsymbol{S} = [\mathbf{1}\,;\,\mathbf{3}]$

Sur $[4; 6]$, on a $x^2 - 4x \geq 3 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 3 \geq 0$
On a $\Delta = 28; x_1 = \frac{4-\sqrt{28}}{2} = \frac{4-2\sqrt{7}}{2} = 2 - \sqrt{7}$ et $x_2 = 2 + \sqrt{7}$
Positif à l'extérieur des racines $\Rightarrow$ Donc $\boldsymbol{S} = \left[\mathbf{2} + \sqrt{\mathbf{7}}\,;\,\mathbf{6}\right]$

Exercice 2 : Corrigé

Pour le 1er cube, de côté x, on a comme volume $\mathcal{V}_1 = x^3$
Pour le 2ème cube, de côté $10 - x$, on a comme volume $\mathcal{V}_2 = (10 - x)^3$

On a donc comme somme :

$$\begin{aligned}\mathcal{V}(x) &= x^3 + (10 - x)^3 = x^3 + (10 - x)(100 - 20x + x^2)\\ &= x^3 + 1000 - 200x + 10x^2 - 100x + 20x^2 - x^3\\ &= \boldsymbol{30x^2 - 300x + 1000}\end{aligned}$$

Il s'agit d'une PSD. $a = 30 > 0 \Rightarrow$ la parabole est à l'endroit,
On a donc un minimum pour $x_0 = 5$ de $\mathcal{V}(x) = 30x^2 - 300x + 1000 = 250$

Le volume des deux cubes est minimal quand $x = 5$; il est alors de $250\ cm^3$

Exercice 3 : Corrigé

1. $f(-1) = -1 + 1 - \frac{1}{e^{-1}} = -\frac{1}{e^{-1}} = \boldsymbol{-e}$; $f(0) = \mathbf{1}$ et $f(1) = 1 + 1 + \frac{1}{e^1} = \mathbf{2} + \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{e}}$

2. a. $g(-1) = 1 - (-1) + e^{-1} = 2 + \frac{1}{e}$
$g(0) = 1 + e^0 = 2$
$g(1) = 1 - 1 + e^1 = e$

x	-1		0		$+1$
$g(x)$	$2+\frac{1}{e}$	$\searrow$	2	$\nearrow$	e

b. D'après la question précédente, on a $g(x) \geq 2$ pour tout $x \in [-1; 1]$.
Donc, la **fonction $\boldsymbol{g}$ est strictement positive sur** $[\mathbf{-1}; \mathbf{1}]$

3. $1 + \frac{e^x - xe^x}{(e^x)^2} = 1 + \frac{e^x(1-x)}{e^x e^x} = 1 + \frac{1-x}{e^x} = \frac{e^x}{e^x} + \frac{1-x}{e^x} = \frac{e^x + 1 - x}{e^x} = (e^x + 1 - x)e^{-x} = \boldsymbol{e^{-x} g(x)}$
CQFD

Exercice 4 : Corrigé

Partie A

2. a. $\mathbf{2} < \alpha < \mathbf{2,5}$ **b.** $\boldsymbol{S} =]\alpha\,;\ \mathbf{5}]$

Partie B : Application

1. a. *Lecture graphique du minimum de f ($\simeq 2,5$ pour $x = 0,5$) Attention aux unités :* $0,5 \times 100 = 50$
Il faut produire 50 cartes pour le coût d'utilisation de la machine soit minimal

b. *Bénéfice = Recette – Coût*
$\Rightarrow\ B(x) = 1,5x - (x + 1 + e^{-x+0,5}) = 1,5x - x - 1 - e^{-x+0,5} = \mathbf{0,5}\boldsymbol{x} - \mathbf{1} - \boldsymbol{e^{-x+0,5}}$ CQFD

2. a. $B(0) = -1 - e^{0,5}$ et $B(5) = 2,5 - 1 - e^{-4,5} = 1,5 - e^{-4,5}$
donc

x	0		5
$B(x)$	$-1 - e^{0,5}$	$\nearrow$	$1,5 - e^{-4,5}$

Exercice 5 : Corrigé

A. Étude graphique

1. la concentration à l'instant initial est de **2 g/L**

2. l'intervalle de temps pendant lequel la concentration est supérieure ou égale à 0,4 g/L est de **6 heures**

B. Étude théorique

1. $f(15) = (15 + 2)e^{-0,5\times 15} = \mathbf{17}\boldsymbol{e^{-7,5}} \simeq 0,009$ **Au bout de 15h, la concentration est d'environ 0,009 g/L**

Exercice 6 : Corrigé

Partie A

2. Si la fonction g est strictement croissante sur [0 ; 15] alors son maximum est $g(15)$
$g(15) = 18 \times 15 + e^{0,5\times 15-1} = 270 + e^{6,5} \simeq 935$
Donc le coût maximal est d'environ 93 500 €

Partie B

1. [Traduction : à partir de quelle valeur de x la fonction f est inférieure à g (plus avantageuse). Et encadrer cette valeur de x qu'on appelle k]
$\Rightarrow\ \boldsymbol{500 < k < 600}$ (entre 500 et 600 lots)

2.a. On cherche à résoudre $f(x) \leq g(x)$
$\Leftrightarrow\quad e^{0,5x-1} - x^2 + 20x + 20 \leq 18x + e^{0,5x-1}$
$\Leftrightarrow\quad e^{0,5x-1} - x^2 + 20x + 20 - 18x - e^{0,5x-1} - 1 \leq 0$
$\Leftrightarrow\quad \boldsymbol{-x^2 + 2x + 20 \leq 0}$ CQFD

b. $\Delta = 84$; $x_1 = \frac{-2+\sqrt{84}}{-2} = \frac{-2+2\sqrt{21}}{-2} = 1 - \sqrt{21} \simeq -3{,}6$ et $x_2 = 1 + \sqrt{21} \simeq 5{,}58$
Le polynôme est négatif à l'extérieur de ses racines, donc sur $]-\infty\,; \mathbf{1 - \sqrt{21}}] \cup [\mathbf{1 + \sqrt{21}}\,; +\infty[$
Alors, en restreignant à l'intervalle [0 ; 15] on a $\boldsymbol{S} = [\mathbf{1 + \sqrt{21}}\,;\ \mathbf{15}]$

c. $\boldsymbol{x} = 1 + \sqrt{21} \simeq 5{,}583 \Rightarrow$ **à partir de 558 lots**