

Sujets type bac

Sujet 1

Les parties A et B sont indépendantes. Tous les résultats seront arrondis à 10^{-2} près.

On étudie certaines caractéristiques d'un supermarché d'une petite ville.

Partie A - Durée d'attente pour le paiement

Ce supermarché laisse le choix au client d'utiliser seul des bornes automatiques de paiement ou bien de passer par une caisse gérée par un opérateur.

Une étude commandée par le gérant conduit à la modélisation suivante :

- parmi les clients ayant choisi de passer à une borne automatique, 86 % attendent moins de 10 minutes ;
- parmi les clients passant en caisse, 63 % attendent moins de 10 minutes.

On choisit un client du magasin au hasard et on définit les évènements suivants :

B : « le client paye à une borne automatique » ;

$\bar{B}$: « le client paye à une caisse avec opérateur » ;

S : « la durée d'attente du client lors du paiement est inférieure à 10 minutes ».

1. Selon l'étude, 23 % des clients choisissent de passer aux bornes automatiques

- a. Construire un arbre de probabilité représentant la situation
- b. Déterminer la probabilité qu'un client attende moins de 10 minutes.
- c. Sachant qu'un client a attendu plus de 10 minutes, quelle est la probabilité qu'il ait choisi les bornes automatiques ?

2. Une attente supérieure à dix minutes à une caisse avec opérateur ou à une borne automatique engendre chez le client une perception négative du magasin. Le gérant souhaite que plus de 75% des clients attendent moins de 10 minutes.

Quelle est la proportion minimale de clients qui doivent choisir une borne automatique de paiement pour que cet objectif soit atteint ?

Partie B - Bons d'achat

Lors du paiement, des cartes à gratter, gagnantes ou perdantes, sont distribuées aux clients. Le nombre de cartes distribuées dépend du montant des achats. Chaque client a droit à une carte à gratter par tranche de 10 € d'achats.

Par exemple, si le montant des achats est 58,64 €, alors le client obtient 5 cartes ; si le montant est 124,31 €, le client obtient 12 cartes.

Les cartes gagnantes représentent 1,2 % de l'ensemble du stock de cartes. De plus, ce stock est suffisamment grand pour assimiler la distribution d'une carte à un tirage avec remise.

1. Un client effectue des achats pour un montant de 158,02 €.

Quelle est la probabilité, arrondie à 10^{-2} , qu'il obtienne au moins une carte gagnante?

2. À partir de quel montant d'achats, arrondi à 10 €, la probabilité d'obtenir au moins une carte gagnante est-elle supérieure à 50 %?

Sujet 2

Une entreprise fabrique des puces électroniques qui sont utilisées pour des matériels aussi différents que des téléphones portables, des lave-linge ou des automobiles.

À la sortie de fabrication, 5% d'entre elles présentent un défaut et sont donc éliminées.

Les puces restantes sont livrées aux clients.

On dit qu'une puce a une durée de vie courte si cette durée de vie est inférieure ou égale à 1 000 heures. On observe que 2% des puces livrées ont une durée de vie courte.

On note L l'évènement « La puce est livrée ».

On note C l'évènement « La puce a une durée de vie courte c'est-à-dire inférieure ou égale à 1 000 heures ».

Étant donné deux évènements A et B , on note $P_A(B)$ la probabilité conditionnelle de l'évènement B sachant que l'évènement A est réalisé.

Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

1. On tire au hasard une puce fabriquée par l'entreprise.

- Donner la valeur $P_L(C)$.
- Quelle est la probabilité que la puce soit livrée et ait une durée de vie strictement supérieure à 1 000 heures ?
- Quelle est la probabilité que la puce soit éliminée ou ait une durée de vie courte à la sortie de la chaîne de fabrication ?

Dans la suite de l'exercice on s'intéresse seulement aux puces livrées aux clients.

2. Les ingénieurs de l'entreprise ont mis au point un nouveau procédé de fabrication. On suppose qu'avec ce nouveau procédé la probabilité qu'une puce livrée donnée ait une durée de vie courte est égale à 0,003.

On prélève au hasard 15 000 puces prêtes à être livrées. On admettra que ce prélèvement de 15 000 puces revient à effectuer un tirage avec remise de 15 000 puces parmi l'ensemble de toutes les puces électroniques produites par l'entreprise et prêtes à être livrées.

On appelle Y la variable aléatoire égale au nombre de puces ayant une vie courte dans cet échantillon.

- Justifier que Y suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres
- Calculer l'espérance de la variable aléatoire Y . Interpréter dans le contexte de l'exercice.
- Calculer, à 10^{-3} près, la probabilité $P(40 \leq Y \leq 50)$.

Sujet 3

Une jardinerie vend de jeunes plants d'arbres qui proviennent de trois horticulteurs : 35% des plants proviennent de l'horticulteur H_1 , 25% de l'horticulteur H_2 et le reste de l'horticulteur H_3 .
Chaque horticulteur livre deux catégories d'arbres : des conifères et des arbres à feuilles.
La livraison de l'horticulteur H_1 comporte 80 % de conifères alors que celle de l'horticulteur H_2 n'en comporte que 50 % et celle de l'horticulteur H_3 seulement 30 %.

1. Le gérant de la jardinerie choisit un arbre au hasard dans son stock.

On envisage les événements suivants :

H_1 : « l'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur H_1 »,

H_2 : « l'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur H_2 »,

H_3 : « l'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur H_3 »,

C : « l'arbre choisi est un conifère »,

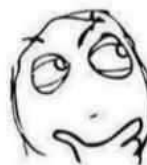
F : « l'arbre choisi est un arbre feuillu ».

- a. Construire un arbre pondéré traduisant la situation.
- b. Calculer la probabilité que l'arbre choisi soit un conifère acheté chez l'horticulteur H_3 .
- c. Justifier que la probabilité de l'évènement C est égale à 0,525.
- d. L'arbre choisi est un conifère.
Quelle est la probabilité qu'il ait été acheté chez l'horticulteur H_1 ? On arrondira à 10^{-3} .

2. On choisit au hasard un échantillon de 10 arbres dans le stock de cette jardinerie. On suppose que ce stock est suffisamment important pour que ce choix puisse être assimilé à un tirage avec remise de 10 arbres dans le stock.

On appelle X la variable aléatoire qui donne le nombre de conifères de l'échantillon choisi.

- a. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
- b. Quelle est la probabilité que l'échantillon prélevé comporte exactement 5 conifères ?
On arrondira à 10^{-3} .
- c. Quelle est la probabilité que cet échantillon comporte au moins deux arbres feuillus ?
On arrondira à 10^{-3} .



75% de tous les élèves
sont bons en math!



Et bien...
Je crois que j'appartiens
au 17% restants

Sujet 4

Les résultats seront arrondis, si besoin, à 10^{-3} près.
Les parties A, B et C sont indépendantes.

Partie A

Elsa a préparé un grand saladier de billes de chocolat pour son anniversaire.

On y trouve :

- 40 % de billes au chocolat blanc, les autres étant au chocolat noir;
- parmi les billes au chocolat blanc, 60 % sont fourrées au café ; les autres sont fourrées au praliné;
- parmi les billes au chocolat noir, 70% sont fourrées au café ; les autres sont fourrées au praliné.

Un invité prend une bille de chocolat au hasard dans le saladier. On définit les événements suivants :

- B : « l'invité prend une bille au chocolat blanc »;
- C : « l'invité prend une bille fourrée au café ».

1. Représenter la situation à l'aide d'un arbre de probabilités.
2. Montrer que la probabilité que l'invité prenne une bille fourrée au café vaut 0,66.
3. Sachant que la bille est fourrée au café, quelle est la probabilité que l'invité ait pris une bille au chocolat blanc ?

Partie B

On rappelle que la probabilité qu'un invité prenne une bille fourrée au café vaut 0,66.

Elsa a invité 16 personnes qui, toutes, choisissent au hasard une bille au chocolat dans le saladier. Le nombre des billes est suffisamment important pour que les tirages soient considérés indépendants.

On appelle N la variable aléatoire qui compte le nombre d'invités qui ont pris une bille fourrée au café.

1. Quelle loi de probabilité suit la variable N ? Justifier.
2. Quelle est la probabilité qu'un seul invité ait tiré une bille au praliné ?
3. Calculer $P(3 \leq N \leq 12)$ et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

Partie C

Le chocolatier produit deux sortes de chocolats. Les uns sont qualifiés de « *chocolats belges* », et les autres sont qualifiés de « *chocolats extra-fins* ». Il a dans son magasin un stock comprenant un grand nombre de chocolats de chaque type.

On admet que, dans le magasin :

- 80% des chocolats proposés à la vente sont des « *chocolats belges* », les autres des « *chocolats extra-fins* ».
- 3% des « *chocolats belges* » sont à la liqueur ;
- 7% au total des chocolats sont à la liqueur.

On prélève au hasard un chocolat dans le magasin. On note :

- p la probabilité qu'un « *chocolat extra-fin* » soit à la liqueur
- E l'évènement : « Le chocolat est un « *chocolat extra-fin* ».
- L l'évènement : « le chocolat est à la liqueur.

1. Exprimer en fonction de p la probabilité $P(L)$.
2. En déduire la probabilité qu'un chocolat « extra-fin » soit à la liqueur

Sujet 5

Les parties A et B peuvent être traitées de façon indépendantes.

Donner les valeurs approchées à 10^{-5} près.

Un laboratoire pharmaceutique propose des tests de dépistage de diverses maladies. Son service de communication met en avant les caractéristiques suivantes :

- la probabilité qu'une personne malade présente un test positif est 0,99
- la probabilité qu'une personne saine présente un test positif est 0,001

Partie A

1. Pour une maladie qui vient d'apparaître, le laboratoire élabore un nouveau test.

Une étude statistique permet d'estimer que le pourcentage de personnes malades parmi la population d'une métropole est égal à 0,1 %.

On choisit au hasard une personne dans cette population et on lui fait subir le test.

On note M l'évènement « la personne choisie est malade » et T l'évènement « le test est positif ».

- Traduire l'énoncé sous la forme d'un arbre pondéré.
- Démontrer que la probabilité $p(T)$ de l'évènement T est égale à $1,989 \times 10^{-3}$.
- L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse? Justifier la réponse.
Affirmation : « Si le test est positif, il y a moins d'une chance sur deux que la personne soit malade ».

2. Le laboratoire décide de commercialiser un test dès lors que la probabilité qu'une personne testée positivement soit malade est supérieure ou égale à 0,95. On désigne par x la proportion de personnes atteintes d'une certaine maladie dans la population.

À partir de quelle valeur de x le laboratoire commercialise-t-il le test correspondant ?

Partie B

On estime désormais que le pourcentage de personnes malades parmi la population de la métropole est égal à 2,4 %.

1. Afin de réaliser des tests de conformité, le laboratoire pharmaceutique réunit un groupe de 100 personnes choisies aléatoirement dans la population. On appelle X la variable aléatoire qui comptabilise le nombre de personnes malades dans le groupe.

- La variable aléatoire X suit une loi binomiale. Déterminer les paramètres de cette loi.
- Quel nombre moyen de malade peut-on espérer avoir dans ce groupe ?
- Déterminer la probabilité qu'il y ait plus de 5 malades dans le groupe.

2. Déterminer combien de personnes faudrait-il réunir pour que la probabilité d'avoir au plus 4 malades dans le groupe soit supérieure à 95 %.