

Exercice 8 : Équations et inéquations avec $\cos x$ et $\sin x$

- 1) On donne les fonctions définies sur $[-\pi; \pi]$: $f(x) = \cos x$ et $g(x) = \sin x$
- a) Résoudre $f(x) = 0$ et $g(x) = 0$ b) Résoudre $f(x) = 1$ et $g(x) = -1$
- 2) On donne les fonctions définies sur $[-\pi; \pi]$: $h(x) = \frac{1}{2} - \cos x$ et $i(x) = 2 \sin x + \sqrt{3}$
- a) Résoudre $h(x) = 0$ et $i(x) = 0$ b) Déterminer $h(0)$ et $i(0)$
- 3) On donne les fonctions définies sur $[-\pi; \pi]$: $j(x) = \cos x$ et $k(x) = \sin x$
- a) Résoudre : $j(x) \geq 0$ et $k(x) \leq 0$ b) Résoudre : $j(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ et $k(x) = -\frac{1}{2}$
- 4) On donne les fonctions définies sur $[-\pi; \pi]$: $l(x) = 2 \cos x + 1$ et $m(x) = 1 - \sin x$
- a) Résoudre : $l(x) < 0$ et $m(x) \geq 0$ b) Déterminer : $l\left(\frac{\pi}{2}\right)$ et $m\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$
- 5) Soit la fonction f définie sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ par $f(x) = \sin x$. Montrer que l'équation $\sin x = \frac{1}{4}$ admet une unique solution α sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, et donner une valeur approchée de α à 10^{-2} près.

Exercice 9 : Signe d'une fonction trigonométrique

- 1) Soit f la fonction définie sur $[-\pi; \pi]$ par : $f(x) = 2 \cos x + \sqrt{2}$
- a) Montrer que $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow \cos x \geq -\frac{\sqrt{2}}{2}$
- b) En déduire le tableau de signe de la fonction f
- 2) Déterminer le tableau de signe des fonctions suivantes sur l'intervalle $[-\pi; \pi]$:
- $$f(x) = \sqrt{3} - 2 \sin x \qquad g(x) = 2 - \cos x \qquad h(x) = \frac{\cos x}{\sin x} \qquad i(x) = \frac{2 \sin x - 1}{1 - \sqrt{2} \cos x}$$
- 3) On donne la fonction g définie sur $[-\pi; \pi]$ par : $g(x) = 2 \cos^2 x - 3 \cos x + 1$.
Déterminer son tableau de signe.