

Savoirs Fle. 4 : Résolution d'équations

Exercice 14 : Résolutions d'équations avec l'exponentielle ou le logarithme

1) Avec e^x et $\ln(x)$

Résoudre les équations suivantes sur le domaine de définition donné

- a) pour $x > 0$: $\ln x = -2$ b) pour $x \in \mathbb{R}$, $e^x = 3$
 c) pour $x \in \mathbb{R}$, $e^x + 1 = 0$ d) pour $x \in \mathbb{R}$, $3e^x - 5 = 2$
 e) pour $x \in \mathbb{R}^{+*}$, $1 - 2 \ln x = -5$ f) pour $x > 0$, $3 \ln x + 2 = 0$

2) Avec e^u et $\ln(u)$

Résoudre les équations suivantes sur le domaine de définition donné

- a) pour $x > 1$, $\ln(x - 1) = 3$ b) pour $x \in \mathbb{R}$, $e^{x+2} = 3$
 c) pour $x \in \mathbb{R}$, $e^{1-2x} - 3 = 0$ d) pour $x \in \mathbb{R}$, $e^{4-x} - 2 = 0$
 e) pour $x < \frac{1}{3}$, $\ln(-3x + 1) = 2$

3) Entre exponentielles ou entre logarithmes

Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$:

- a) $e^{3x} = e^x$ b) $e^{x-3} = e^{3x}$ c) $e^{x^2} = e$
 d) $e^{x-2} = -1$ e) $e^{1-x} = \frac{1}{e}$ f) $e^{5-2x} = 1$

Résoudre les équations suivantes sur le domaine de définition donné :

- g) pour $x < 2$, $\ln(6 - 3x) = 1$ h) pour $x < \frac{1}{2}$, $\ln(1 - 2x) = \ln x$
 i) pour $x > 1$, $\ln(x - 1) + \ln(2x + 2) = 0$
 j) pour $x \in]-3; 1[$, $\ln\left(\frac{1-x}{x+3}\right) = 0$

Un peu plus...

- 1) a) pour $x > 0$, $\ln x + 5 = 4$
 b) pour $x \in]0; +\infty[$, $\ln x = \frac{1}{2}$
 c) pour $x \in \mathbb{R}$, $2 - \frac{1}{2}e^x = 0$
 2)
 a) pour $x > \frac{3}{2}$, $\ln(2x - 3) + 4 = 0$
 b) pour $x \neq 0$, $\ln(x^2) + 2 = 0$
 c) pour $x \in \mathbb{R}$, $2 - \frac{1}{2}e^{x^2} = 0$
 3) a) $e^{4x+3} = e^{-1}$
 b) $e^{\frac{1}{4}x+1} - 1 = 0$
 c) $e^x e^{-x} = 3$
 d) pour $x > 0$
 $\ln\left(\frac{3}{x}\right) = \ln(x + 2)$
 e) pour $x \in]3; +\infty[$
 $\ln(x - 3) + \ln(2x + 1) = 2 \ln 2$

Exercice 15 : Autres équations

1) Résoudre à l'aide d'un changement de variable du type $Y = e^x$ ou $Y = \ln x$

- a) $2e^{2x} - e^x - 1 = 0$ b) $2e^x + e^{-x} = 3(e^{-x} - 1)$ c) pour $x > 0$: $(\ln x)^2 - 2 \ln x = 15$
 d) pour $x > 0$: $(\ln x)^2 + \ln x - 2 = 0$ e) $(e^x)^2 - 4e^x - 1 = 0$

2) Résoudre les équations suivantes sur le domaine de définition donné

- a) pour $x > 0$, $x \ln x = 0$ b) pour $x \in]0; +\infty[$: $(e^x - 3)(\ln x - \ln 2) = 0$

3) Pour $x > 0$ et $y > 0$, résoudre les systèmes : a) $\begin{cases} \ln x + \ln y = 1 \\ \ln x - 2 \ln y = -1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2e^x + e^y = 2(e + 1) \\ -e^x + 2e^y = 4 - e \end{cases}$

Exercice 16 : Intersection de courbes

f et g sont les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = xe^x \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{x}{e^x}$$

On note $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ leurs courbes représentatives respectives dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

- Étudier le sens de variation de chacune des fonctions.
- Montrer que $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ n'ont que le point O en commun.
- Montrer que $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ ont une tangente commune en O

Exercice 17 : Résolution par étape

On considère l'équation : $(E_1) : e^x - x^n = 0$ où $x \in \mathbb{R}^{+*}$ et $n \in \mathbb{N}^*$

1) Montrer que l'équation (E_1) est équivalente à l'équation : $(E_2) : \ln(x) - \frac{x}{n} = 0$

2) On définit pour $n \in \mathbb{N}^*$, la fonction f_n sur $]0; +\infty[$ par : $f_n = \ln(x) - \frac{x}{n}$

On admet que, pour tout réel $x > 0$ et pour tout entier $n > 0$, on a $f'_n(x) = \frac{n-x}{nx}$

Pour quelles valeurs de n l'équation (E_1) admet-elle deux solutions ?