

Corrigé Exercice 1

1) a) $-2x \geq -10$

d) $(u_n)^2 \geq 4$

g) $1 \leq e^x \leq e$

b) $u_n + 7 \geq 4$

e) $0 \leq \frac{1}{2}x \leq 2$

h) $1 \geq \frac{1}{u_n} \geq \frac{1}{2}$

c) $\frac{1}{x} \leq \frac{1}{2}$

f) $0 \geq -x \geq -6$

i) $\sqrt{x} \geq \sqrt{2}$

2) a) $0 \leq u_n \leq 5$
 $\Leftrightarrow 0 \leq 2u_n \leq 10$
 $\Leftrightarrow -3 \leq 2u_n - 3 \leq 7$

e) $4 \leq x \leq 5$
 $\Leftrightarrow 1 \leq x - 3 \leq 2$
 $\Leftrightarrow 1 \leq (x - 3)^2 \leq 4$

b) $-2 \leq x \leq 4$
 $\Leftrightarrow 1 \geq -\frac{1}{2}x \geq -2$
 $\Leftrightarrow 2 \geq -\frac{1}{2}x + 1 \geq -1$

f) $-2 \leq u_n \leq 3$
 $\Leftrightarrow 6 \geq -3u_n \geq -9$
 $\Leftrightarrow 13 \geq 7 - 3u_n \geq -2$

c) $-1 \leq x \leq 0$
 $\Leftrightarrow 1 \geq x^2 \geq 0$
 $\Leftrightarrow 0 \geq x^2 - 1 \geq -1$

g) $0 \leq x \leq 1$
 $\Leftrightarrow 1 \leq e^x \leq e$
 $\Leftrightarrow 0 \leq e^x - 1 \leq e - 1$

d) $0 \leq u_n \leq 4$
 $\Leftrightarrow 0 \leq \sqrt{u_n} \leq 2$
 $\Leftrightarrow 2 \leq \sqrt{u_n} + 2 \leq 4$

h) $1 \leq x \leq 2$
 $\Leftrightarrow 1 \leq x^2 \leq 4$
 $\Leftrightarrow 0 \leq \ln(x^2) \leq \ln 4$

3) a) $-1 \leq x \leq 2$
 $\Leftrightarrow 5 \geq -5x \geq -10$
 $\Leftrightarrow 8 \geq 3 - 5x \geq -7$
 Ou $-7 \leq 3 - 5x \leq 8$

b) $1 \leq x \leq 3$
 $\Leftrightarrow 1 \leq x^2 \leq 9$
 $\Leftrightarrow 2 \leq 2x^2 \leq 18$
 $\Leftrightarrow -2 \leq 2x^2 - 4 \leq 14$

c) $\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{1}{2}$
 $\Leftrightarrow 3 \geq \frac{1}{x} \geq 2$
 $\Leftrightarrow 5 \geq \frac{1}{x} + 2 \geq 4$
 Ou $4 \leq \frac{1}{x} + 2 \leq 5$

d) $-1 \leq x \leq 0$
 $\Leftrightarrow e^{-1} \leq e^x \leq e^0$
 $\Leftrightarrow \frac{1}{e} \leq e^x \leq 1$
 $\Leftrightarrow -\frac{2}{e} \geq -2e^x \geq -2$
 $\Leftrightarrow 1 - \frac{2}{e} \geq 1 - 2e^x \geq -1$
 Ou $-1 \leq 1 - 2e^x \leq 1 - \frac{2}{e}$

Corrigé Exercice 2

1) a) Sur $[-1; 0]$ la fonction f est croissante, donc $-1 \leq x \leq 0 \Rightarrow f(-1) \leq f(x) \leq f(0)$
 avec $f(-1) = -(-1)^2 + (-1) + 6 = 4$ et $f(0) = 6$ on a alors $4 \leq f(x) \leq 6$

b) Sur $[2; 3]$ la fonction f est décroissante, donc : $2 \leq x \leq 3 \Rightarrow f(2) \geq f(x) \geq f(3)$
 avec $f(2) = 4$ et $f(3) = 0$ on en déduit que : $4 \geq f(x) \geq 0$ soit $0 \leq f(x) \leq 4$

c) sur $[-1; 1]$ la fonction change de sens de variation. Son maximum est $\frac{25}{4}$
 et on calcule $f(-1) = 4$ et $f(1) = 6$ Donc, pour $-1 \leq x \leq 1$ on a $4 \leq f(x) \leq \frac{25}{4}$

2) a) $g'(x) = \frac{1}{x+1}$ or, pour $x \geq 0$, on a $x + 1 > 0$ et donc $\frac{1}{x+1} > 0$ la dérivée est donc strictement positive, et la fonction g est **strictement croissante sur $[0; 4]$**

b) Comme la fonction g est croissante, on a :

$0 \leq x \leq e - 1 \Rightarrow g(0) \leq g(x) \leq g(e - 1) \Leftrightarrow \ln 1 \leq \ln(x + 1) \leq \ln e \Leftrightarrow 0 \leq \ln(x + 1) \leq 1$

3) a) On a $h'(x) = -e^{1-x}$

et on calcule $h(0) = e^1 - 1 = e - 1$ et $h(1) = e^0 - 1 = 0$

x	0	1
e^{1-x}		+
$h'(x)$		-
$h(x)$	$e - 1$	$\searrow$ 0

b) La fonction h est strictement décroissante sur $[0; 1]$ donc

$\frac{1}{2} \leq x \leq 1 \Rightarrow h\left(\frac{1}{2}\right) \geq h(x) \geq h(1) \Leftrightarrow e^{\frac{1}{2}} - 1 \geq e^{1-x} - 1 \geq 0$

$\Leftrightarrow e^{\frac{1}{2}} \geq e^{1-x} \geq 0 + 1$

on a donc $\sqrt{e} \geq e^{1-x} \geq 1$ ou $1 \leq e^{1-x} \leq \sqrt{e}$

Corrigé Exercice 3

1) a) Vrai car $\frac{5}{2} \leq 3$	b) Faux car $-\frac{1}{2} \leq 0$	c) Vrai car $\sqrt{2} \geq 0$
d) Vrai car $e^{-2} \leq 1$	e) Vrai car $0 \leq 1$ et $3 \leq \frac{7}{2}$	f) Faux , car $-2 < -\frac{3}{2}$
g) Vrai car $1 \leq \sqrt{3}$ et $\sqrt{11} \leq 4$	h) Faux , car si $\ln 2 \leq 2$ par contre, rien ne dit que $u_n \geq 0$!	i) Vrai car $0 \leq \ln 2$ et $\ln 5 \leq 2$

2) a) $0 < e^{-1} \leq x \leq e < 3$ donc 0 $< x < 3$	b) $-2 < -\frac{5}{4} \leq x \leq \frac{2}{3} < 1$ donc -2 $< x < 1$	c) $1 < \sqrt{2} \leq u_n \leq \sqrt{27} < 6$ donc 1 $< u_n < 6$
d) $-2 < -1,6 \leq u_n \leq 0,2 < 1$ donc -2 $< u_n < 1$	e) $x \leq \ln\left(\frac{1}{3}\right) < -1$ donc x < -1	

3) a) $0 < x \leq \frac{5}{3}$	b) $-5 \leq u_n < 0$	c) $0 < x \leq \sqrt{8}$	d) impossible car $\ln\left(\frac{1}{5}\right) < 0$ et $\ln\left(\frac{8}{5}\right) > 0$	e) $x > 0$
---------------------------------------	-----------------------------	---------------------------------	--	-------------------

4) a) $f(x) \geq x + 2$ $\Rightarrow$ f(x) ≥ 2	b) $u_n \leq 2 - n^2$ $\Rightarrow$ u_n ≤ 2	c) $0 \leq f(x) \leq 5 - 2x$ $\Rightarrow$ 0 $\leq f(x) \leq 5$	d) $3 + n \leq u_n \leq 3 + 2n$ $\Rightarrow$ 3 $\leq u_n \leq 3 + 2n$
---	--	---	--