

Savoir Ed. 7 : Résolution de $y' = ay + f$ - Par la formule

Exercice 14 : Equations du type $y' = ay + k$

1) On considère l'équation différentielle : $(E) : y' = 5y - 10$

- Soit g la fonction constante définie par $g(x) = 2$.
Montrer que g est solution de l'équation (E) .
- Donner la forme générale des solutions de l'équation différentielle $(H) : y' = 5y$.
- En déduire celle des solutions de (E) .
- Déterminer la solution f de (E) qui s'annule en $x = 0$.

2) On considère l'équation différentielle où y est une fonction de variable t :

$$(E) : y' + \frac{1}{2}y = 3$$

- Donner les solutions de l'équation différentielle $(E') : y' + \frac{1}{2}y = 0$.
- Soit f_0 une fonction constante définie par $f_0(t) = k$.
Déterminer la valeur de k pour laquelle f_0 est solution de l'équation (E) .
- En déduire les solutions de (E) .
- Déterminer la solution T de (E) qui vérifie $T(0) = 100$.

3) On considère l'équation différentielle : $(E) : 3y + 3y' = 4$

- Déterminer une fonction constante qui est solution de l'équation (E) .
- Donner les solutions de l'équation différentielle $(E_0) : 3y + 3y' = 0$.
- En déduire l'ensemble des solutions de (E) .
- Déterminer la solution G de (E) qui vérifie $G(0) = -1$.

Exercice 15 : Type BAC – Métropole juin 2025

On modélise la vitesse instantanée d'un chariot mobile, en mètre par seconde (m.s^{-1}), en fonction du temps t , en seconde, par une fonction v définie sur $[0; +\infty[$.

On admet que :

- La fonction v est dérivable sur $[0; +\infty[$ et on note v' sa fonction dérivée.
- La fonction v est une solution de l'équation différentielle $(E) : y' + 0,6y = e^{-0,6t}$

On précise de plus que la vitesse initiale du chariot est égale à 12 m.s^{-1} , c'est-à-dire $v(0) = 12$.

1. On considère l'équation différentielle $(E') : y' + 0,6y = 0$

Déterminer les solutions de l'équation différentielle (E') sur $[0; +\infty[$.

2. Soit g la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $g(t) = te^{-0,6t}$.

Vérifier que la fonction g est une solution de l'équation différentielle (E) .

3. En déduire les solutions de l'équation différentielle (E) sur $[0; +\infty[$.

4. En déduire que pour tout réel $t \in [0; +\infty[$, on a : $v(t) = (12 + t)e^{-0,6t}$

Exercice 16 : Type BAC – Métropole septembre 2025

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(t) = 45e^{0,06t} + 20$.

L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse. Justifier.

Affirmation :

La fonction g est l'unique solution vérifiant $g(0) = 65$ de l'équation différentielle $(E): y' + 0,06y = 1,2$