Savoir Pe.3 : Primitives composées

Exercice 4 : Formules particulières

1) Exponentielles (cas e^{ax+b}) et **logarithmes** (cas $\frac{1}{ax+b}$). Déterminer une primitive des fonctions suivantes :

$f_3(x) = e^{3x-2}$	$g_3(x) = 1 + 2e^{-x}$	$h_3(t) = \frac{4}{4t-1}$	Plus ...	$\varphi_3(x) = 1 + 4x - e^{\frac{x}{2}}$
$i_3(x) = \frac{3}{x+2}$	$j_3(t) = \frac{2}{1-3t}$	$k_3(x) = 2e^{4x}$		$\theta_3(x) = \frac{6}{1-x}$
$l_3(x) = 3e^{\frac{1}{2}x+3}$	$m_3(x) = -\frac{1}{2+3x}$	$n_3(\theta) = 4\theta - \frac{5}{2\theta-2}$		$\psi_3(t) = e^{-x}(e^{2x} - 1)$

Soit $p_1(x) = \frac{2x}{x+2}$. Déterminer les réels a et b tels que $p_1(x) = a + \frac{b}{x+2}$ puis déterminer une primitive de p_1

2) Autres cas du type $u'e^u$ ou $\frac{u'}{u}$. Déterminer une primitive des fonctions suivantes :

$f_1(x) = xe^{x^2+1}$	$g_1(x) = x^2e^{x^3}$	$h_1(\theta) = 4\theta e^{\theta^2-1}$	Plus ...	$\varphi_1(x) = \frac{4}{3}xe^{\frac{x^2}{4}-2}$
$i_1(x) = \frac{3x^2+1}{x^3+x}$	$j_1(t) = 2 - \frac{t}{t^2-1}$	$k_1(x) = \frac{4x}{2x^2+2}$		$\psi_1(t) = \frac{t}{1-t^2}$
$l_1(x) = \frac{4e^x}{1+2e^x}$	$m_1(x) = xe^{2x^2} - 1$	$n_1(\theta) = 1 + \frac{e^{-\theta}}{1+e^{-\theta}}$		$\omega_1(x) = \frac{1-e^{-x}}{x+e^{-x}}$

3) Carrés (cas $u'u$) et **puissances** (cas $u'u^n$). Déterminer une primitive des fonctions suivantes :

$f_2(x) = x(x^2-3)$	$g_2(t) = t - (4-t)^3$	Plus ...	$j_2(x) = 2\sqrt{2x-1} + 3$
$h_2(x) = e^{2x}(1-e^{2x})^2$	$i_2(x) = \frac{1}{x}(\ln x - 3)$		$k_2(\alpha) = \cos \alpha (1 + \sin \alpha)$

4) Quotients (cas $\frac{u'}{u^n}$ pour $n \geq 2$) et **racines** (cas $\frac{u'}{\sqrt{u}}$). Déterminer une primitive des fonctions suivantes :

$f_3(t) = \frac{4}{(t+1)^2}$	$g_3(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$	Plus ...	$j_3(x) = \frac{1}{(3-x)^3}$
$h_3(x) = \frac{2x}{(x^2+1)^4} + x$	$i_3(x) = \frac{e^x}{(e^x-1)^2}$		$k_3(\lambda) = \frac{2}{\sqrt{\lambda+1}}$

5) Autres composées (cas $f'(ax+b)$). On considère deux fonctions c et s qui vérifient :

$$c'(x) = -s(x) \quad \text{et} \quad s'(x) = c(x)$$

Déterminer une primitive des fonctions suivantes :

$f_4(\theta) = c(3\theta+1)$	$g_4(x) = 2s\left(\frac{x}{2}\right) - 1$	Plus ...	$h_4(x) = c(2x) - s(x)$