

Corrections Savoir C. 2

Corrigé Exercice 7

$$1) A = 2x(3x - 2) \quad B = 2(x^2 - 11x - 2)$$

$$E = 4x(2x - 1) \quad F = 4a(1 + a)$$

$$G = 3(2 + 5x) \quad H = x^2(1 - x)$$

2)

■ $P(x)$: $a = -2$ et $\Delta = (-1)^2 - 4 \times (-2) \times 3 = 1 + 24 = 25$
positif donc 2 racines

$$x_1 = \frac{1 - \sqrt{25}}{-4} = \frac{1 - 5}{-4} = 1 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{1 + 5}{-4} = -\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow P(x) = -2(x - 1)\left(x + \frac{3}{2}\right)$$

■ $Q(x)$: $a = 5$ et $\Delta = (-4)^2 - 4 \times 5 \times 3 = 16 - 60 = -44$

négligé donc pas de racines

$\Rightarrow Q(x)$ n'est pas factorisable

■ $R(x)$: $a = 1$ et $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 1 + 4 = 5$
positif donc 2 racines

$$x_1 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$$

$$\Rightarrow R(x) = \left(x - \frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right)\left(x - \frac{1 - \sqrt{5}}{2}\right)$$

■ $S(m)$: $a = \frac{1}{3}$ et $\Delta = 16 - 4 \times \frac{1}{3} \times 12 = 0$ nul donc 1 racine

$$m_0 = \frac{-4}{2 \times \frac{1}{3}} = -4 \times \frac{3}{2} = -6 \quad \text{et} \quad \Rightarrow S(m) = \frac{1}{3}(m + 6)^2$$

Un peu plus, si besoin...

$$L = 5x(1 - x)$$

$$M = 5(3x^2 - 2x + 1)$$

$$N = -(5 + 6x)$$

$$P = 5(3 - x^2)$$

$$Q = 2(4x^2 - 1)$$

$$R = 4x(x^2 - 4 + 3x)$$

Un peu plus, si besoin...

■ $R \Rightarrow \Delta = 2^2 - 4 \times (-3) \times 1 = 4 + 12 = 16$

positif donc 2 racines $x_1 = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3}$ et $x_2 = 1$

$$\Rightarrow R = -3\left(x + \frac{1}{3}\right)(x - 1)$$

■ $h(x) \Rightarrow \Delta = (-4)^2 - 4 \times \frac{1}{2} \times 8 = 16 - 16 = 0$

nul, donc une seule racine $x_0 = \frac{4}{2 \times \frac{1}{2}} = 4$

$$\Rightarrow h(x) = \frac{1}{2}(x - 4)^2$$

■ $f(x) \Rightarrow \Delta = (-1)^2 - 4 \times \frac{1}{4} \times 4 = 1 - 4 = -3$

donc pas de racines

Pas de factorisation

■ $g(x) \Rightarrow \Delta = (-9)^2 - 4 \times (-2) \times 5 = 81 + 40 = 121$

positif donc deux racines $x_1 = -\frac{20}{4} = -5$ et

$$x_2 = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow g(x) = -2\left(x + 5\right)\left(x - \frac{1}{2}\right)$$

Corrigé Exercice 8

$$\begin{aligned} A &= (2x - 2)(4 - 2x) \\ &= 2(x - 1)(2)(2 - x) \\ &= 4(x - 1)(2 - x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= (2x - 3)(-x - 2) \\ &= (2x - 3)(-1)(x + 2) \\ &= -(2x - 3)(x + 2) \\ &= (3 - 2x)(x + 2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= 3x(2x - 6)(-5x - 5) \\ &= 3x(2)(x - 3)(-5)(x + 1) \\ &= -30x(x - 3)(x + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= 3a(a^2 - a)(3 - 9a) \\ &= 3a(a)(a - 1)(3)(1 - 3a) \\ &= 9a^2(a - 1)(1 - 3a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= (3x - 3)^2 \\ &= (3)^2(x - 1)^2 \\ &= 9(x - 1)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F &= (-3 - n)^2 \\ &= (-1)^2(3 + n)^2 \\ &= (3 + n)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G &= 2(-x - 1)(2x + 2)^2 \\ &= 2(-1)(x + 1)(2)^2(x + 1)^2 \\ &= -8(x + 1)^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H &= (-2p - 4)^2(p + p^2) \\ &= (-2)^2(p + 2)^2(p)(1 + p) \\ &= 4p(p + 1)(p + 2)^2 \end{aligned}$$

Corrigé Exercice 9

$$I = (x + 3)(2x - 5) + 2(3x + 6)(x + 3)$$

$$I = (x + 3)((2x - 5) + 2(3x + 6))$$

$$I = (x + 3)(2x - 5 + 6x + 12) = (x + 3)(8x + 7)$$

$$J = (2x + 3) \times 1 - (2x + 3)(5x + 7)$$

$$J = (2x + 3)(1 - (5x + 7))$$

$$J = (2x + 3)(1 - 5x - 7) = (2x + 3)(-5x - 6)$$

$$K = (5t + 3)((5t + 3) + 3(7t - 2))$$

$$K = (5t + 3)(5t + 3 + 21t - 6) = (5t + 3)(26t - 3)$$

Un peu plus, si besoin...

$$L = (1 + 3x)((1 + 3x) + 1)$$

$$L = (1 + 3x)(3x + 2)$$

$$M = (1 + 2x)((4 - 3x) - (1 + 2x))$$

$$M = (1 + 2x)(4 - 3x - 1 - 2x) = (1 + 2x)(-5x + 3)$$

$$N = (6 - 2x)((5x + 4) + 3(3 + 2x))$$

$$N = (6 - 2x)(5x + 4 + 9 + 6x)$$

$$N = (6 - 2x)(11x + 13) = 2(3 - x)(11x + 13)$$

Corrigé Exercice 10

$$1) M = (3x + 2)(3x - 2) \quad N = (4x + 1)(4x - 1)$$

$$Q = (5 + 6x)(5 - 6x) \quad R = (3x + \sqrt{5})(3x - \sqrt{5})$$

P Pas de factorisation possible (pas de signe moins)

$$T = \left(\frac{x}{3} + \frac{4}{5}\right)\left(\frac{x}{3} - \frac{4}{5}\right)$$

$$P = [(7 - x) + 1] \times [(7 - x) - 1] \quad Q = [5x + (3 - 4x)][5x - (3 - 4x)]$$

$$P = (8 - x)(6 - x) \quad Q = (x + 3)(9x - 3)$$

$$Q = 3(3 + x)(3x - 1)$$

$$R = [(x + 1) - (2 + 3x)][(x + 1) + (2 + 3x)]$$

$$R = (-2x - 1)(4x + 3) = -(2x + 1)(4x + 3)$$

Un peu plus, si besoin...

$$Z = (x + 1)(-x + 1) \quad A = (7x + 4)(-7x + 4)$$

$$C = (x^2 + 3)(x^2 - 3) \quad D = (\sqrt{3}x + 1)(\sqrt{3}x - 1)$$

$$B = (x^2 + x)(x^2 - x) \quad F = \left(\frac{\sqrt{5}}{2}x + 3\right)\left(\frac{\sqrt{5}}{2}x - 3\right)$$

$$U = [8 + (2x - 1)] \times [8 - (2x - 1)] \quad V = 3(x^2 - 1)$$

$$U = (2x + 7)(-2x + 9) \quad V = 3(x + 1)(x - 1)$$

$$W = (2x - 3)^2 - (4 + x)^2$$

Corrigé Exercice 11

$$1) a) A = 2\left(2x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{1}{2}\right) \quad B = 2\left(-x^2 + \frac{1}{2}x - 2\right)$$

$$b) B = 4\left(-\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4}x - 1\right)$$

$$c) A = -(-4x^2 + 5x - 1) \quad B = -(2x^2 - x + 4)$$

$$2) a) E = x\left(3 + \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2}\right)$$

$$b) F = -x\left(-x^4 + 2x^2 - x + \frac{1}{x}\right)$$

$$c) F = x^3\left(x^2 - 2 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^3}\right)$$

Un peu plus, si besoin...

$$1+) a) E = 2\left(-5x^2 + \frac{1}{2}x - 1\right) \quad F = 2\left(\frac{x^2}{6} - x\right)$$

$$b) E = \frac{1}{2}(-20x^2 + 2x - 4)$$

$$c) E = -(10x^2 - x + 2) \quad F = -\left(-\frac{x^2}{3} + 2x\right)$$

$$2+) a) A = x\left(4x - 5 + \frac{1}{x}\right)$$

$$b) D = x^2\left(x - 2 + \frac{1}{x^3}\right)$$

$$c) D = \frac{1}{x}(x^4 - 2x^3 + 1)$$

Corrigé Exercice 12

1) a) $P(4) = -2 \times 4^3 + 7 \times 4^2 + 7 \times 4 - 12 = -2 \times 64 + 7 \times 16 + 28 - 12 = -128 + 112 + 16 = 0$
 $P(4) = 0 \Rightarrow$ le nombre 4 est bien une racine du polynôme P

b) $(x-4)(-2x^2-x+3) = -2x^3-x^2+3x+8x^2+4x-12 = -2x^3+7x^2+7x-12 = P(x)$ CQFD

c) Pour le polynôme $-2x^2-x+3$, on a :

$$\begin{cases} \Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times (-2) \times 3 = 25 \\ x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1+5}{-4} = -\frac{3}{2} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1-5}{-4} = 1 \end{cases}$$

$-2x^2-x+3$ est négatif à l'extérieur de ses racines, donc :

x	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	1	4	$+\infty$
$-2x^2-x+3$	-	0	+	0	-
$x-4$	-		-		+
$P(x)$	+	0	-	0	-

d) Pour $x \geq 0$ on a $P(x)$ qui est positif sur l'intervalle $]1; 4[$

2) a) On doit prouver que $P(2) = 0$... reste à calculer

b) Développer $P(x) = (x-2)(ax^2+bx+c)$ puis vu que $P(x) = -2x^3 + 12x^2 - 6x - 20$, en déduire le système d'équations pour trouver a , b et c .

Solution : $a = -2$; $b = 8$ et $c = 10$

c) Un tableau de signe avec une ligne pour $(x-2)$ et une pour $Q(x)$ avec Δ et compagnie...

Solution : elle est positive sur $] -\infty ; -1]$ et $[2 ; 5]$ et négative ailleurs...

Corrigé Exercice 13

1) $A = x$ $B = x^2$ $C = \frac{1}{x^3}$

$E = 3x$ $F = \frac{1}{5x^2}$ $G = \frac{3}{2x}$

2)

$A = \frac{4x-6}{-2}$ $B = \frac{2x-5}{x}$

$A = \frac{4x}{-2} - \frac{6}{-2}$ $B = \frac{2x}{x} - \frac{5}{x}$

$A = -2x + 3$ $B = 2 - \frac{5}{x}$

$C = \frac{4x^2+3x-1}{x}$ $D = \frac{2x^3-3x^2+x-1}{x^2}$

$C = \frac{4x^2}{x} + \frac{3x}{x} - \frac{1}{x}$ $D = \frac{2x^3}{x^2} - \frac{3x^2}{x^2} + \frac{x}{x^2} - \frac{1}{x^2}$

$C = 4x + 3 - \frac{1}{x}$ $D = 2x - 3 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$

Un peu plus, si besoin...

$I = \frac{1}{x}$ $J = x^3$ $K = x^8$
 $L = \frac{2}{x^2}$ $M = 5x$ $N = \frac{8}{9x^2}$

Un peu plus, si besoin...

$G = \frac{5-2x}{-x}$ $H = \frac{4x^2+2}{4x}$
 $G = \frac{5}{-x} - \frac{2x}{-x}$ $H = \frac{4x^2}{4x} + \frac{2}{4x}$
 $G = 2 - \frac{5}{x}$ $H = x + \frac{1}{2x}$
 $I = \frac{x^4-3x^3+x-1}{-x^2}$ $K = \frac{5x^2-3x+30}{-15}$
 $I = \frac{x^4}{-x^2} - \frac{3x^3}{-x^2} + \frac{x}{-x^2} - \frac{1}{-x^2}$ $K = -\frac{x^2}{3} + \frac{x}{5} - 2$
 $I = -x^2 + 3x - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$

3)

$D = x + 3$

$F = \frac{1}{5}$

E non simplifiable (c'est une somme)

$G = \frac{1}{4x - 5}$

Un peu plus, si besoin...	
$Q = \frac{3}{n}$	$R = 4$
$S = \frac{2x + 3}{3}$	$U = x^2 - 3x$