Savoir Df. 2 : Étude à partir de la dérivée

Entraînement n°1

1) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (3 - 2x)e^{x^2}$
et sa dérivée $g'(x) = (-4x^2 + 6x - 2)e^{x^2}$
Déterminer le tableau de variation complet de la fonction $g(x)$ sur $\mathbb{R}$

2) On définit sur]0 ; 1] la fonction i par : $i(x) = -4x - \frac{1}{x} + 1$
On donne sa dérivée, définie pour tout réel $x \in]0; 1]$ non nul, par : $i'(x) = \frac{-4x^2+1}{x^2}$
Déterminer le tableau de variation complet de i sur l'intervalle $]0; 1]$

Entraînement n°2

1) On définit sur $\mathbb{R}$ la fonction f par : $f(x) = 4x^3 - 15x^2 + 12x + 10$
Et sa dérivée $f'(x) = 12x^2 - 30x + 12$
Déterminer le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$

2) On définit pour $x \in [0; 1[\cup]1; 2]$ la fonction $h(x) = \frac{e^{2x-3}}{1-x}$ et on donne sa dérivée : $h'(x) = \frac{3e^{2x-3}}{(1-x)^2}$
Déterminer le tableau de variation complet sur son domaine de définition.

Entraînement n°3

1) Soit g la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $g(x) = 2xe^{3-x}$. On donne sa dérivée $g'(x) = (2 - 2x)e^{3-x}$.
Déterminer le tableau de variation de g sur $[0; +\infty[$

2) On définit sur $[1; 3]$ la fonction h par : $h(x) = 1 + 2x + \frac{8}{x}$ et on donne sa dérivée $h'(x) = 2 - \frac{8}{x^2}$
a) Mettre l'expression de la dérivée h' au même dénominateur
b) Déterminer le tableau de variation de h sur $[1; 3]$

Corrigé Savoir Df. 2

Corrigé Entraînement n°1

1) Pour $-4x^2+6x-2$, on a $\Delta = 4$; $x_1 = \frac{1}{2}$ et $x_2 = 1$

On a :

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
$-4x^2+6x-2$		$-$	0	$+$	0	$-$	
e^{x^2}		$+$	$\mid$	$+$	$\mid$	$+$	
Signe $g'(x)$		$-$	$\mathbf{0}$	$+$	$\mathbf{0}$	$-$	
Variations $g(x)$		$\searrow$	$2e^{\frac{1}{4}}$	$\nearrow$	e	$\searrow$	

Avec comme calculs pour les extrema : $g\left(\frac{1}{2}\right) = \left(3-2\times\frac{1}{2}\right)e^{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = 2e^{\frac{1}{4}}$ et $g(1) = (3-2)e^{1^2} = e$

2) $i'(x) = \dfrac{-4x^2+1}{x^2} \Rightarrow \quad 1-4x^2 = (1+2x)(1-2x)$ *ou delta…*

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		0		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$1-4x^2$		$-$	0	$+$	$\mid$	$+$	0	$-$	
x^2		$+$	$\mid$	$+$	0	$+$	$\mid$	$+$	
signe $\boldsymbol{i'(x)}$		$-$	$\mathbf{0}$	$+$	$\Vert$	$+$	$\mathbf{0}$	$-$	
variation $i(x)$		$\searrow$		$\nearrow$	$\Vert$	$\nearrow$		$\searrow$	

Sur $]0;1]$, avec $i\left(\frac{1}{2}\right) = -4\times\frac{1}{2}-\frac{1}{\frac{1}{2}}+1 = -2-2+1 = -3$ et $i(1) = -4-1+1 = -4$

On extrait le tableau de variation :

x	0		$\frac{1}{2}$		1
$i(x)$	$\Vert$	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4

Corrigé Entraînement n°2

1) Pour $12x^2-30x+12$ on a $\Delta = 324$ et $x_1 = 2$ et $x_2 = \frac{1}{2}$

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
$\boldsymbol{f'(x)}$		$+$	$\mathbf{0}$	$-$	$\mathbf{0}$	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$	$\frac{51}{4}$	$\searrow$	6	$\nearrow$	

2) Avec $h(0) = \frac{e^{-3}}{1}$ et $h(2) = \frac{e^{4-3}}{1-2} = -e$

x	0		1		2
$3e^{2x-3}$		$+$	$\mid$	$+$	
$(1-x)^2$		$+$	0	$+$	
$h'(x)$		$+$	$\mathbf{0}$	$+$	
$h(x)$	e^{-3}	$\nearrow$	$\Vert$	$\nearrow$	$-e$

Corrigé Entraînement n°3

1)

x	0		1		$+\infty$
$2-2x$		$+$	0	$-$	
e^{3-x}		$+$	$\mid$	$+$	
$g'(x)$		$+$	$\mathbf{0}$	$-$	
$g(x)$	0	$\nearrow$	$\mathbf{2e^2}$	$\searrow$	

2) **a)** $h'(x) = 2 - \frac{8}{x^2} = \frac{2x^2-8}{x^2}$ avec, pour $2x^2 - 8 = 2(x+2)(x-2)$, ou $\Delta = 64$

b)

x	1		2		3
$2x^2-8$		$-$	0	$+$	
x^2		$+$	$\mid$	$+$	
$h'(x)$		$-$	$\mathbf{0}$	$+$	
$h(x)$	11	$\searrow$	$\mathbf{9}$	$\nearrow$	$\frac{29}{3}$