

Rappels trigonométrie

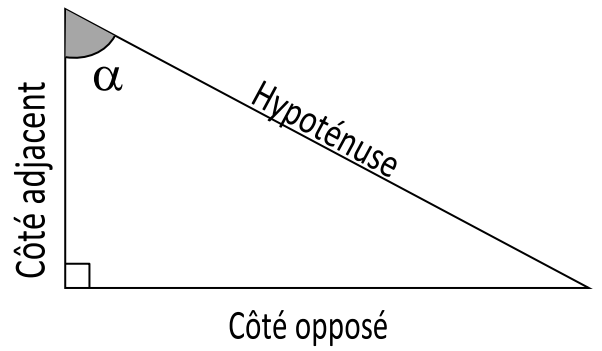
● SOH - CAH - TOA

$$\text{Sinus} = \frac{\text{Opposé}}{\text{Hypoténuse}}$$

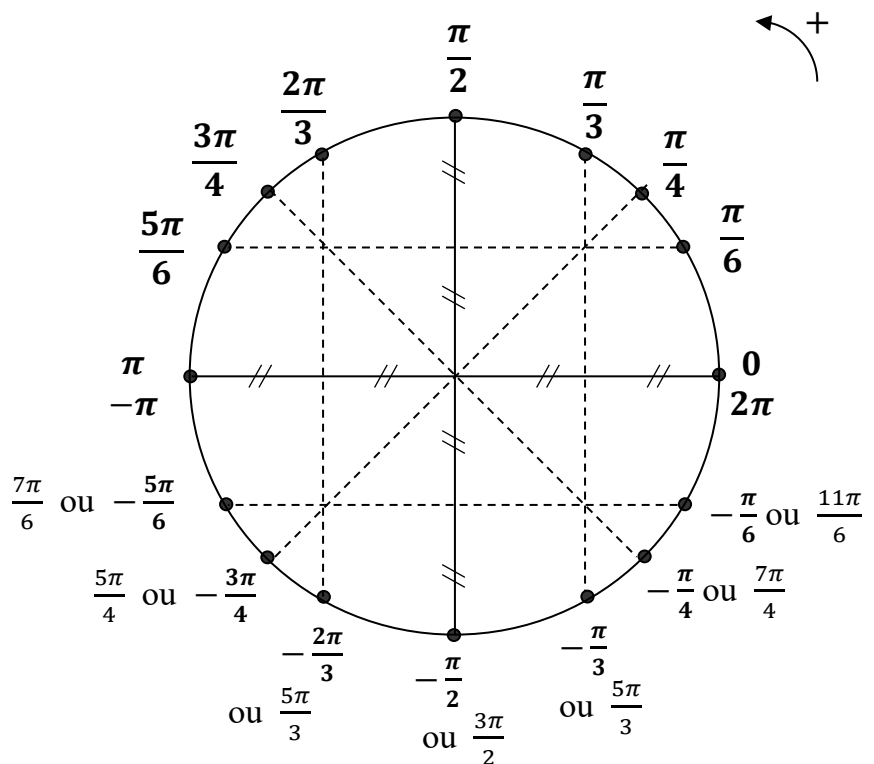
$$\text{Cosinus} = \frac{\text{Adjacent}}{\text{Hypoténuse}}$$

$$\text{Tangente} = \frac{\text{Opposé}}{\text{Adjacent}}$$

$$\text{Tangente} = \frac{\text{Sinus}}{\text{Cosinus}}$$

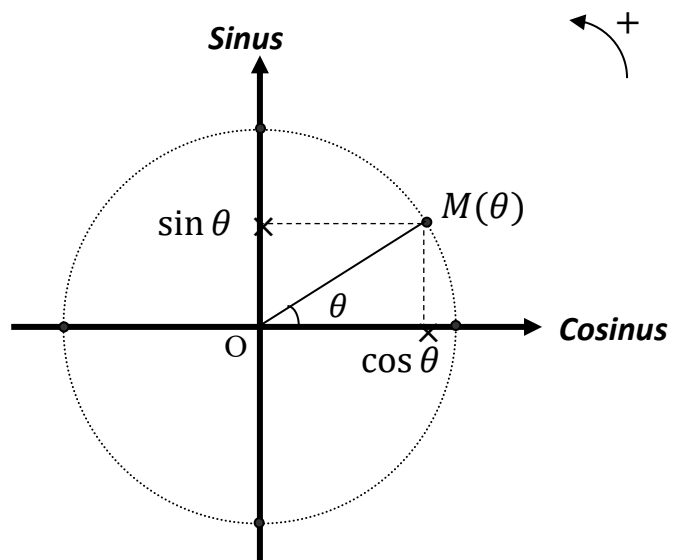


● CERCLE TRIGONOMÉTRIQUE

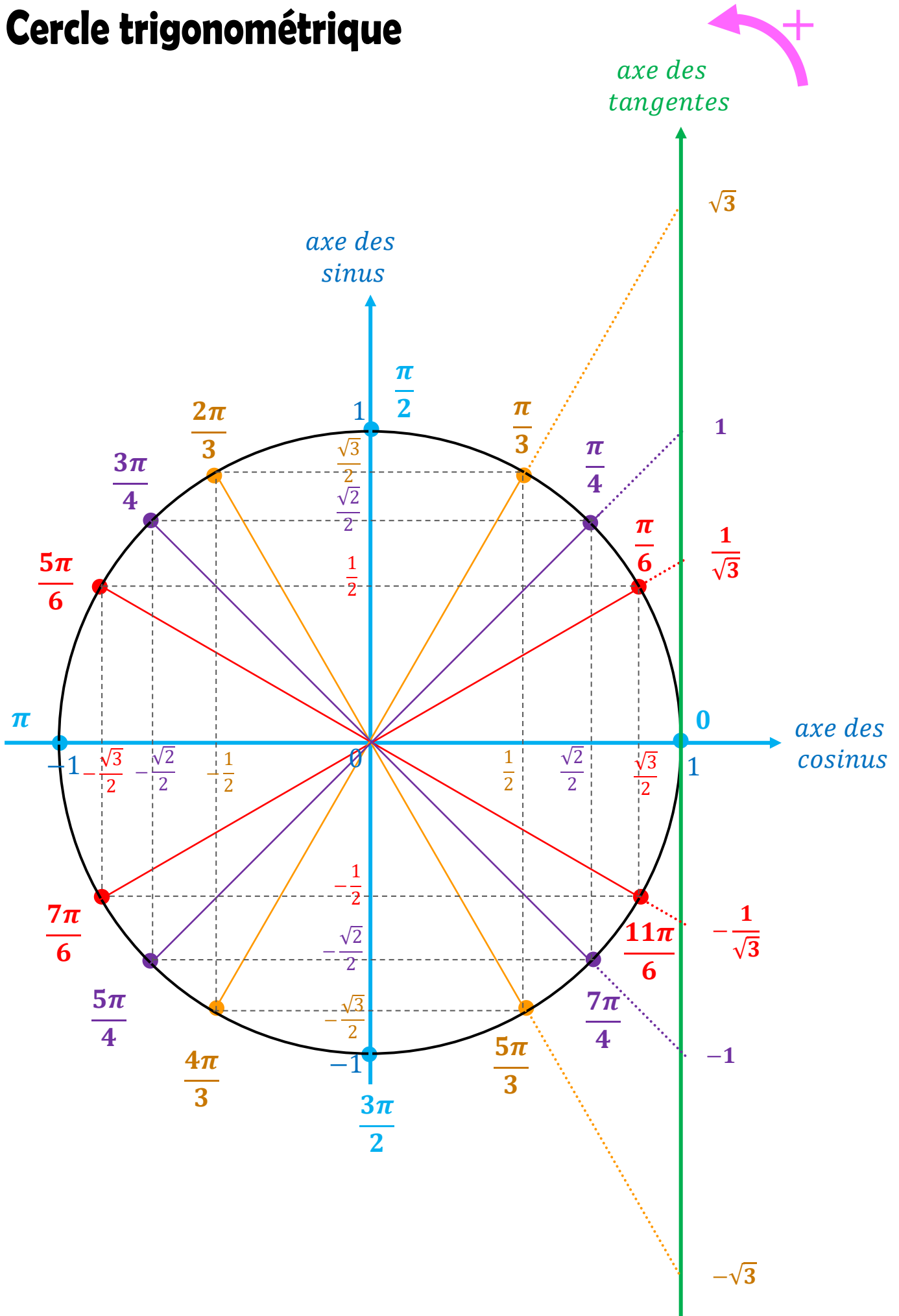


● SINUS ET COSINUS

Coordonnées de M
 $M(\cos \theta ; \sin \theta)$



Cercle trigonométrique



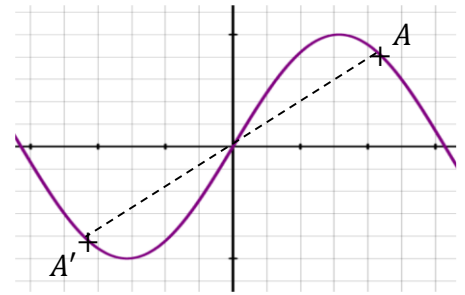
Fonction sinus

Valeurs remarquables

t	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
	0	30°	45°	60°	90°
$\sin(t)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

Représentation graphique

Fonction impaire : $\sin(-t) = -\sin(t)$



Fonction périodique de période 2π :
 $\sin(t + 2\pi) = \sin t$

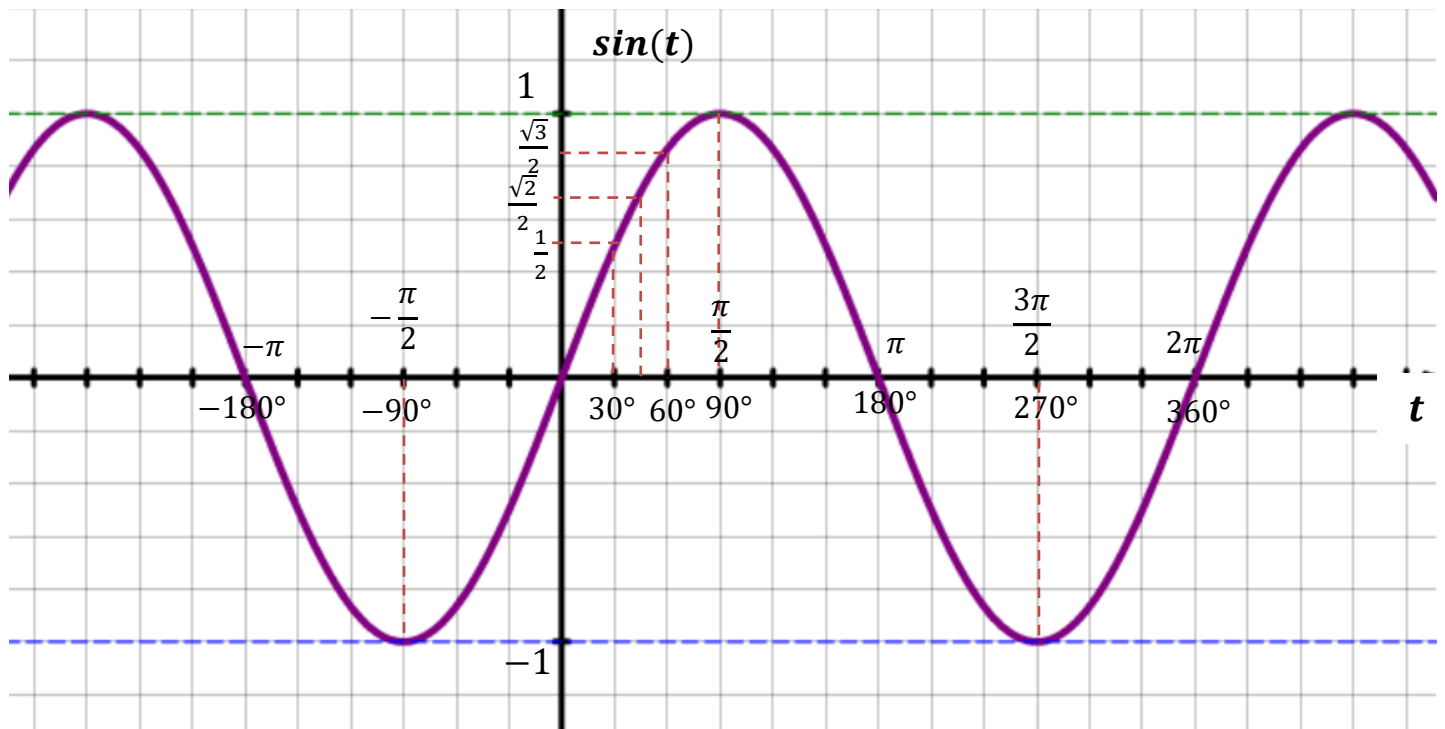
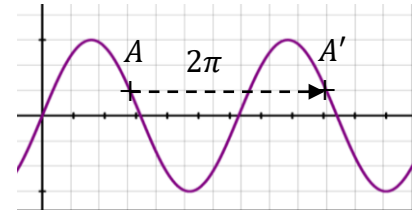


Tableau de signes sur $[-\pi ; \pi]$

t	$-\pi$	0	π
$\sin t$	0	-	0

Tableau de variations sur $[-\pi ; \pi]$

t	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\sin t$	0	↘ -1	↗ 1	↘ 0

Sinus a ses zéros en $k\pi$

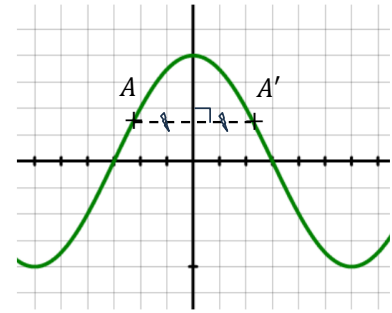
Sinus a ses extrema en $\frac{\pi}{2}$ et $-1 \leq \sin t \leq 1$

Fonction cosinus

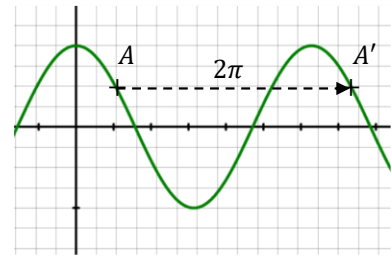
Valeurs remarquables

t	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
	0	30°	45°	60°	90°
$\cos(t)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Fonction paire : $\cos(-t) = \cos(t)$



Fonction périodique de période 2π :
 $\cos(t + 2\pi) = \cos t$



Représentation graphique

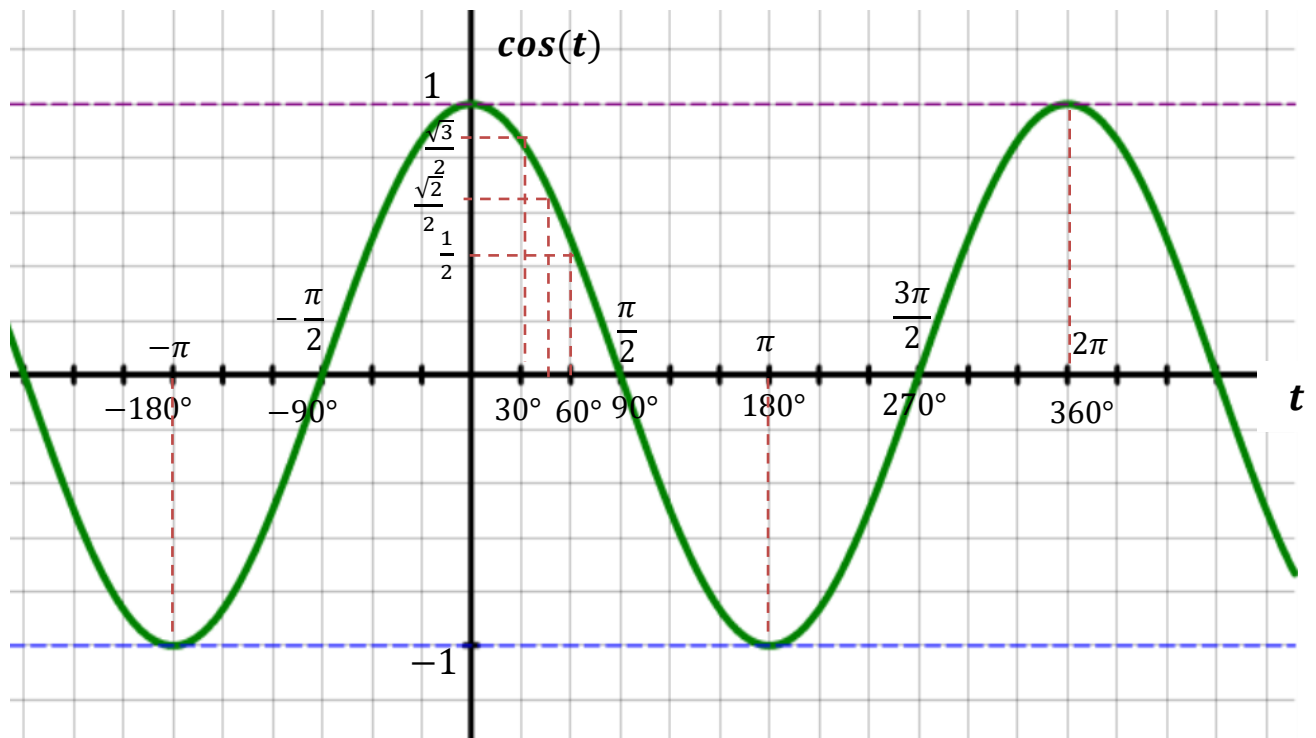


Tableau de signes sur $[-\pi ; \pi]$

t	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	π	
$\cos t$	-	0	+	0	-

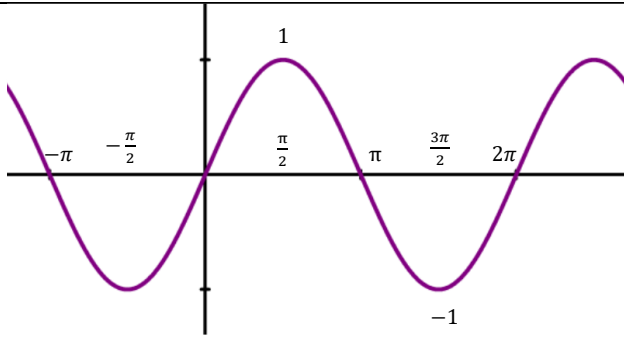
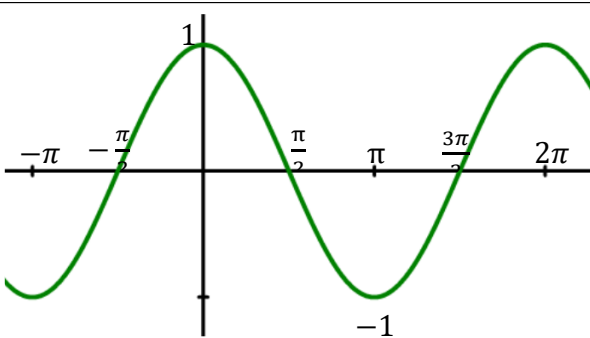
Tableau de variations sur $[-\pi ; \pi]$

t	$-\pi$	0	π
$\cos t$	-1	1	-1

Cosinus a ses zéros en $\frac{\pi}{2}$

Cosinus a ses extrema en $k\pi$ et $-1 \leq \cos t \leq 1$

Formules utiles pour les fonctions trigonométriques

	Sinus	Cosinus
Calcul d'images	$\sin 0 = 0$ $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sin(30^\circ) = \frac{1}{2}$ $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sin(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sin(60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = \sin(90^\circ) = 1$ $\sin(\pi) = \sin(180^\circ) = 0$	$\cos 0 = 1$ $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \cos(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \cos(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \cos(60^\circ) = \frac{1}{2}$ $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = \cos(90^\circ) = 0$ $\cos(\pi) = \cos(180^\circ) = -1$
Dérivées	$(\sin x)' = \cos x$	$(\cos x)' = -\sin x$
Primitive	$\int \sin x \, dx = [-\cos(x)]$	$\int \cos x \, dx = [\sin x]$
<i>Moyen mnémotechnique</i>	COsinus, comme COpain, s'intègre bien... mais se dérive mal	
Courbes		
Suites, limites, comparaisons d'intégrales	$-1 \leq \sin x \leq 1$ Pour $x \in [0; \pi]$ $0 \leq \sin x \leq 1$	$-1 \leq \cos x \leq 1$ Pour $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ $0 \leq \cos x \leq 1$
Parité	Impaire : $\sin(-x) = -\sin x$	Paire : $\cos(-x) = \cos x$
Périodicité	$\sin(x + 2\pi) = \sin x$	$\cos(x + 2\pi) = \cos x$
Formulaire	$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$ $\sin(2x) = 2 \sin x \cos x$	$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$ $\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x$
	$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$	
	$\sin^2 x = (1 + \cos x)(1 - \cos x)$	$\cos^2 x = (1 + \sin x)(1 - \sin x)$

Formulaire trigonométrie

► Formules des carrés

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$

ou

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$$

$$\cos^2 x = (1 + \sin x)(1 - \sin x)$$

ou

$$\sin^2 x = (1 + \cos x)(1 - \cos x)$$

► Formules d'additions

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

et

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$$

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

et

$$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a$$

$$\cos(2a) = \cos^2 a - \sin^2 a$$

et

$$\sin(2a) = 2 \sin a \cos a$$

► Formules de duplications

Version 1

$$\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x$$

et

$$\sin(2x) = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos(2x) = 1 - 2 \sin^2 x$$

$$\cos(2x) = 2 \cos^2 x - 1$$

Version 2

$$\cos(x) = \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) - \sin^2\left(\frac{x}{2}\right)$$

et

$$\sin(x) = 2 \sin\left(\frac{x}{2}\right) \cos\left(\frac{x}{2}\right)$$

$$\cos(x) = 1 - 2 \sin^2\left(\frac{x}{2}\right)$$

$$\cos(x) = 2 \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) - 1$$

► Formules de linéarisation

$$\cos^2 a = \frac{1}{2}(1 + \cos(2a))$$

et

$$\sin^2 a = \frac{1}{2}(1 - \cos(2a))$$

$$\cos a \sin a = \frac{1}{2} \sin(2a)$$

et

$$\sin a \cos b = \frac{1}{2}(\sin(a - b) + \sin(a + b))$$

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2}(\cos(a - b) + \cos(a + b))$$

et

$$\sin a \sin b = \frac{1}{2}(\cos(a - b) - \cos(a + b))$$

Parité

► Fonction PAIRE

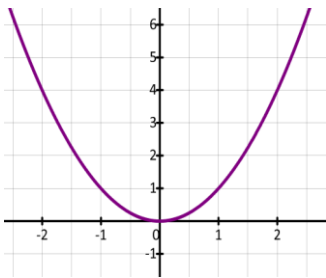
f est paire

\Leftrightarrow pour tout $x \in D_f$, $f(-x) = f(x)$

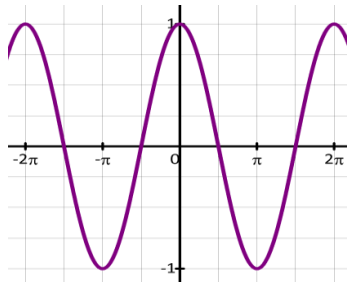
Symétrie par rapport à l'axe des ordonnées

Exemples :

$$x \mapsto x^2$$



$$x \mapsto \cos x$$



à compléter ...



► Fonction IMPAIRE

f est impaire

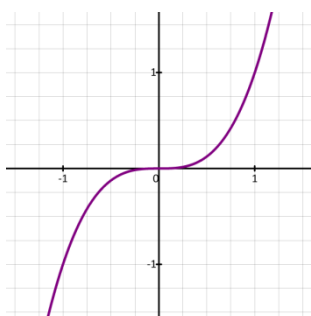
\Leftrightarrow pour tout $x \in D_f$, $f(-x) = -f(x)$

Symétrie par rapport à l'origine

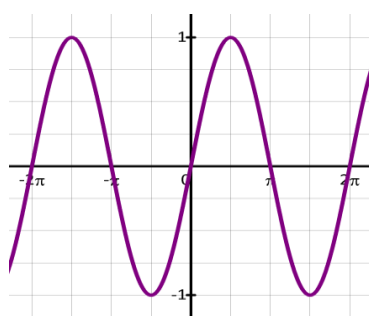
Donc passe toujours par O

Exemples :

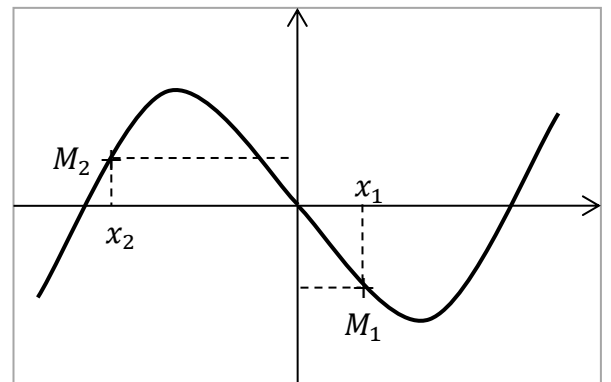
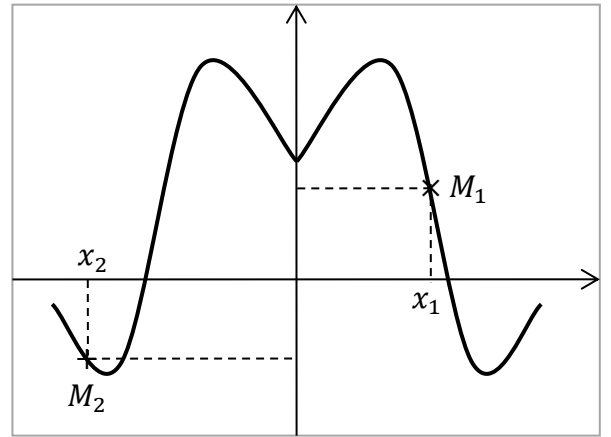
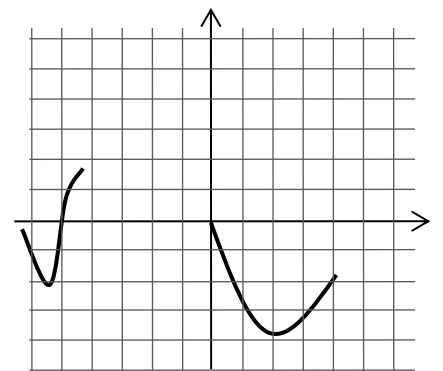
$$x \mapsto x^3$$



$$x \mapsto \sin x$$



à compléter ...



Périodicité

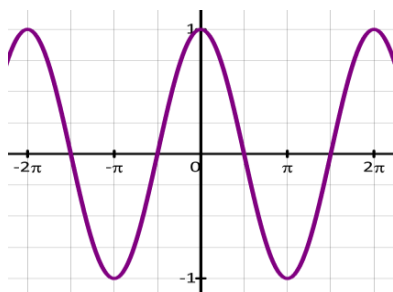
► Fonction PÉRIODIQUE

f est de période T (T -périodique)
 \Leftrightarrow pour tout $x \in D_f$, et $x + T \in D_f$
 $f(x + T) = f(x)$

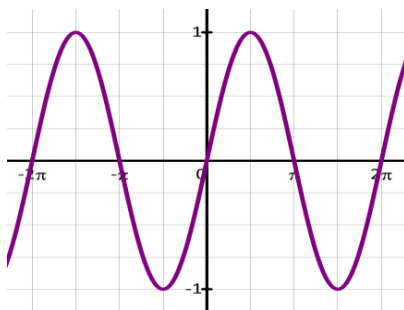
Translation de vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} T \\ 0 \end{pmatrix}$

Exemples :

$x \mapsto \cos x$



$x \mapsto \sin x$



à compléter ... de période 4

