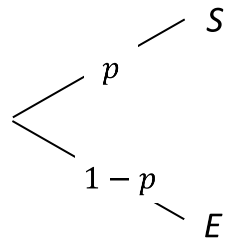
Pb. 3 Épreuve de Bernoulli et répétition

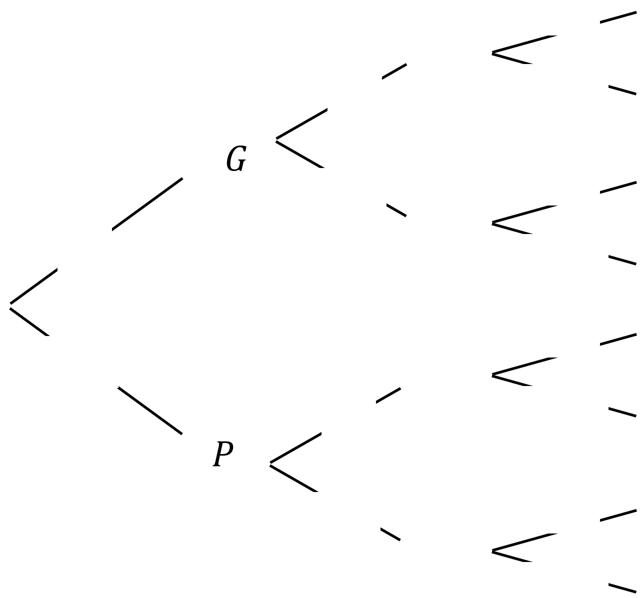
Définition : Une **épreuve de Bernoulli** est une expérience aléatoire à 2 issues :

- l'une considérée comme un succès (S) de probabilité $\boldsymbol{p}$
- l'autre comme un échec (E) de probabilité $\boldsymbol{1-p}$.



Définition : La répétition **de $\boldsymbol{n}$ épreuves** de Bernoulli **identiques**, dont les résultats sont **indépendants** les uns des autres, cela s'appelle un **schéma de Bernoulli**

Exemple : A une loterie, 20% des billets sont annoncés gagnants.
Une personne achète successivement 3 billets.
On considère que le nombre de billets mis en vente est suffisamment important pour que les tirages soient considérés comme indépendants.



$p(GGG) =$

$p(GGP) =$

$p(PGG) =$

$p(PPG) =$

$p(PPP) =$

Loi de probabilité

i	0 gagnant	1 gagnant	2 gagnants	3 gagnants
$p(i)$				

Quelle est la probabilité d'avoir au moins 1 billet gagnant ?

Remarque : Cela revient à compter le nombre de succès (variable aléatoire) et de savoir calculer le nombre de façons d'obtenir un certain nombre de succès (coefficient binomial)

Pb. 3 Loi binomiale et coefficients binomiaux

Coefficients binomiaux

Propriétés : (1) $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$ (2) $\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$ (3) $\binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = n$

(4) $\binom{n+1}{k+1} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1}$

Triangle de Pascal :
Calcul des premiers coefficients binomiaux, en utilisant la propriété 4 :

n \ k	0	1	2	3	4	5	6	...
0	1							
1	1	1						
2	1	**2**	1					
3	1	**3**	**3**	1				
4	1	**4**	**6**	4	1			
5								
6								
...								

Exemples : a. $\binom{4}{2}$

b. $\binom{6}{2}$

c. $\binom{5}{4}$

Calculatrices :

* **Pour calculer** $n!$

TI	CASIO	NumWorks
Entrer nombre n puis Touche math Déplacement flèche droite pour noircir en 1re ligne « PRO » Touche 4 ⇒ « ! » entrer	Entrer nombre n puis Touche optn Options suivantes « ▶ » Touche F6 Onglet « PROB » Touche F3 Onglet « $x!$ » Touche F1	Dans « Calculs » Entrer nombre n puis Touche  → Probabilités → Dénombrement → n !

* **Pour calculer le coefficient binomial** $\binom{n}{k}$

TI	CASIO	NumWorks
Touches math → « PROB » Touche 3 ⇒ « combinaison » entrer Compléter : $_nC_k$	Entrer nombre n puis Touche optn Options suivantes « ▶ » Onglet « PROB » Onglet « $_nC_r$ » Entrer nombre k (pour « r »)	Dans « Calculs » →  → Probabilités → Dénombrement → $\binom{n}{k}$ Compléter $\binom{\dots}{\dots}$

Pb. 3 Loi binomiale

Exemple : Un sac contient 7 billes rouges et 3 billes noires, toutes indiscernables au toucher.

1) On tire successivement 5 billes, en les remettant à chaque fois dans le sac.
On appelle X la variable aléatoire qui compte le nombre de boules rouges obtenues.

a. Expliquer pourquoi X suit une loi binomiale et en préciser les paramètres.

b. Déterminer la valeur exacte de $P(X = 2)$

c. Quelle est la probabilité de n'obtenir que des billes rouges ?

2) On tire successivement 8 billes, en les remettant à chaque fois dans le sac. On appelle Y la variable aléatoire qui compte le nombre de boules rouges obtenues.

a. Préciser la loi que suit la variable aléatoire Y

b. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement 3 boules rouges ?

Calculatrices :

*** Pour vérifier les résultats directement avec la calculatrice :** $\mathcal{B}\ (n\ ;\ p)$

TI	**CASIO**	**NumWorks**
2nde + var → « distrib » **Pour calculer** P(X = k) Touche 0 ⇒ « binomFdp » Dans l'ordre : (***n*** , ***p*** , ***k***)	optn Onglet « STAT » → F5 Onglet « DIST » → F3 Onglet « BINM » → F5 **Pour calculer** P(X = k) Onglet « Bpd » → F1 ⇒ « binominalPD » Dans l'ordre : (***k*** , ***n*** , ***p***)	→  → Probabilités → Lois de probabilités → Binomiale → binompdf Dans l'ordre : (***k*** , ***n*** , ***p***)