1ère Spé

Probabilités conditionnelles

Savoirs Pc

Entraînements

Sujet de préparation

Savoir Pc. 1

Jeu de hasard.

Une urne contient 100 jetons rouges, 60 jetons verts et 40 jetons bleus. On sait que 20 % des jetons sont gagnants. Il y a 10 jetons verts gagnants. Parmi les jetons bleus, 25 % sont gagnants.

Un joueur tire au hasard un jeton de l'urne.

On note :
- R l'évènement : « Le jeton est rouge ».
- V l'évènement : « Le jeton est vert ».
- B l'évènement : « Le jeton est bleu ».
- G l'évènement : « Le jeton est gagnant ».

1) Traduire à l'aide d'une notation mathématique les phrases suivantes :

a. L'évènement « le jeton est rouge et perdant »

b. Le jeton est gagnant, quelle est la probabilité qu'il soit vert ?

c. Quelle est la probabilité que le jeton soit vert ou gagnant ?

2) Exprimer à l'aide d'une phrase les évènements ou probabilités suivantes :

a. $\bar{R}$ **b.** $p_B(G)$ **c.** $p(B \cap G)$

3) Calculer les probabilités suivantes : **a.** $p(R)$ **b.** $p(V \cap G)$

4) Donner la notation des probabilités correspondant aux données suivantes : **a.** 20 % **b.** 25 %

Savoir Pc. 2

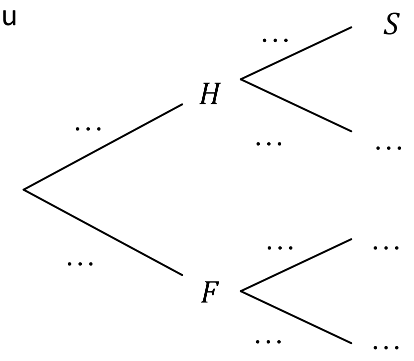
Inégalités salariales.

Dans une entreprise, 60% des employés sont des hommes. Côté salaire, 80 % des employés gagnent moins de 2 500 € par mois. 5 % des employées sont des femmes qui gagnent plus de 2 500 € par mois : elles représentent 12,5 % des employées femmes, alors que, parmi les employés hommes, 25 % gagnent plus de 2 500 € par mois

On tire au sort une personne de cette entreprise et on s'intéresse aux événements suivants :
- H : « l'employé choisi est un homme »
- F : « l'employée choisie est une femme »
- S : « l'employé.e choisi.e gagne plus de 2 500 € par mois »

À partir des informations données dans l'énoncé, compléter le tableau et l'arbre de probabilités ci-dessous

	S	…	Total
H	…	…	…
F	…	…	…
Total	…	…	…



Pour les savoirs suivants, donner les valeurs arrondies au centième

Savoir Pc. 3

On donne le tableau de probabilités suivant :

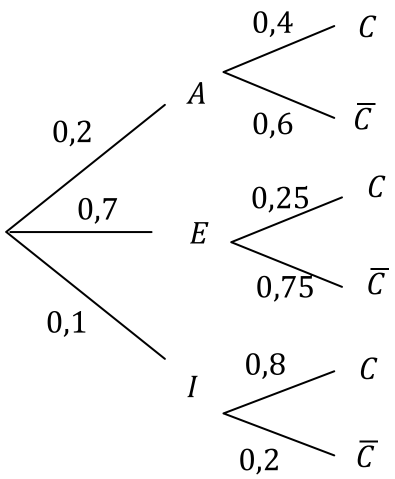
	S	$\bar{S}$	Total
E	0,25	0,05	0,3
Y	0,55	0,15	0,7
Total	0,8	0,2	1

Par lecture directe ou par un calcul
(que vous indiquerez avec la formule et le calcul),
déterminer les probabilités suivantes :

a. $p(E)$ **b.** $p(E \cap S)$ **c.** $p_E(S)$ **d.** $p(S \cup Y)$ **e.** $p_S(Y)$

Savoir Pc. 4

On donne l'arbre de probabilités suivant :



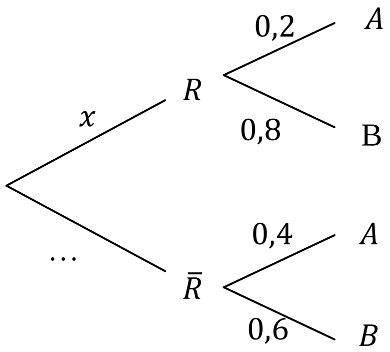
Par lecture directe ou par un calcul (que vous indiquerez avec la formule et le calcul), déterminer les probabilités suivantes :

a. $p(E)$ **b.** $p(E \cap C)$ **c.** $p_I(\bar{C})$

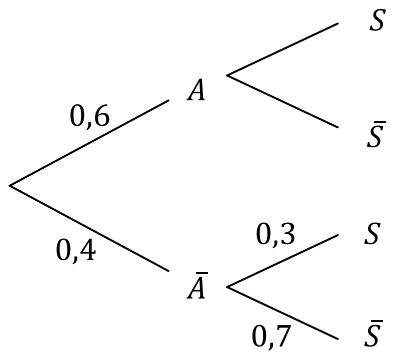
d. $p(C)$ **e.** $p_C(E)$

Savoir Pc. 5

1) On pose $p(R) = x$, mais on sait que $p(A) = 0{,}26$.
Déterminer x



2) On pose $p_A(S) = p$ et on sait que $p(\bar{S}\,) = 0{,}82$
Déterminer p



Entraînements savoirs

Savoir Pc. 1 : Notations

Valeurs arrondies au centième

Entraînement n°1

Spécialités et genres
Selon les chiffres du ministère, on donne la répartition des élèves de terminale à la session 2021 du bac, selon s'ils ont choisis ou non la spécialité maths et l'option maths expertes

	Garçons	Filles	Total
Spé Maths + Option Maths expertes	32 960	15 051	48 011
Spé Maths seule	49 015	39 513	88 528
Pas de spé Maths	77 016	151 327	228 343
Total	158 991	205 891	364 882

On prend un élève de terminale au hasard, on définit les évènements suivants :
- ME : « l'élève a suivi la spécialité Mathématiques et l'option Mathématiques Expertes »
- M : « l'élève a suivi la spécialité Mathématiques seulement »
- A : « l'élève n'a pas suivi la spécialité Mathématiques »
- F : « l'élève est une fille »
- G : « l'élève est un garçon »

1) Traduire à l'aide d'une notation mathématique les phrases suivantes :
a. Quelle est la probabilité que l'élève soit un garçon, sachant qu'il n'a pas suivi la spécialité maths ?
b. Il s'agit d'une fille, quelle est la probabilité qu'elle ait suivi la spécialité Maths et l'option Expertes ?
c. L'évènement « l'élève a suivi la spécialité Mathématiques (avec ou sans option)»

2) Exprimer à l'aide d'une phrase les évènements ou probabilités suivantes :
a. $p_G(M)$ **b.** $\overline{ME} \cap F$ **c.** $p(A \cap F)$

3) Calculer les probabilités suivantes : **a.** $p(ME \cup M)$ **b.** $p(F \cap ME)$ **c.** $p_{ME}(F)$

4) Donner la notation des probabilités correspondant aux données : **a.** $\frac{88\,528}{364\,882}$ **b.** $\frac{77\,016}{228\,343}$

Entraînement n°2

Histoire de pot.
L'entreprise dispose de deux machines m_1 et m_2. La première machine m_1 produit 60 % des pots fabriqués par l'entreprise, le reste de la fabrication étant assuré par La machine m_2.
7 % des pots produits par la machine m_1 sont non conformes, alors que la proportion de pots non conformes produits par la machine m_2 est de 2% seulement. Au total, sur 12 520 pots produits en moyenne sur un mois, on a 626 pots non conformes.
On prélève un pot au hasard dans la production totale.
On adopte les notations suivantes :

- M_1 désigne l'évènement « le pot provient de la machine m_1. »
- M_2 désigne l'évènement « le pot provient de la machine m_2. »
- C désigne l'évènement : « le pot est conforme ».

1) Traduire à l'aide d'une notation mathématique les phrases suivantes :
a. Quelle est la probabilité que le pot soit produit par la machine m_1 et non conforme ?
b. L'évènement « le pot n'est pas produit par la machine m_1 »
c. Le pot est conforme, quelle est la probabilité qu'il ait été produit par la machine m_2 ?

2) Exprimer à l'aide d'une phrase les évènements ou probabilités suivantes :
a. $p(M_2 \cup C)$ **b.** $p_{M_1}(\bar{C})$ **c.** $\bar{C} \cap M_2$

3) Calculer les probabilités suivantes : **a.** $p(\bar{C})$ **b.** $p(M_2)$

4) Donner la notation des probabilités correspondant aux données suivantes : **a.** 7 % **b.** 60 %

Entraînement n°3

Course à la voile
Albert est un marin participant à une course à la voile en solitaire. Son bateau est très rapide, mais fragile en cas de tempête. Les prévisions météo permettent d'estimer que, durant la course, la probabilité qu'une tempête survienne est égale à 5 %.
En cas de tempête, on estime que la probabilité qu'Albert soit vainqueur de la course est de 2 %. En revanche, si aucune tempête ne survient, la probabilité de victoire d'Albert est de 80 %.
On estime donc les chances qu'il y ait une tempête et qu'Albert soit vainqueur à 0 ,1 % !
On considère les évènements :

- T : « une tempête survient pendant la course »
- V : « Albert est vainqueur de la course ».

1) Traduire à l'aide d'une notation mathématique les phrases suivantes :
a. L'évènement « Aucune tempête ne survient mais Albert ne gagne pas la course »
b. Sachant qu'une tempête est survenue, quelle est la probabilité qu'Albert gagne la course ?
c. Albert a gagné la course ! Quelle est la probabilité qu'il ait rencontré une tempête ?

2) Exprimer à l'aide d'une phrase les évènements ou probabilités suivantes :
a. $T \cup \bar{V}$ **b.** $p(\bar{T} \cap V)$ **c.** $p_{\bar{V}}(\bar{T})$

3) Donner la notation des probabilités correspondant aux données suivantes : **a.** 80 % **b.** 0,1 %

4) Calculer les probabilités suivantes : **a.** $p(\bar{T})$ **b.** $p_T(\bar{V})$

Savoir Pc. 2 : Compléter

Entraînement n°1

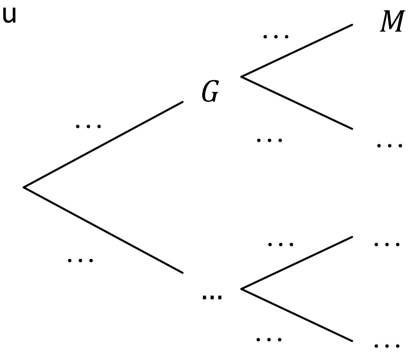
Maladie génétique.
On a prouvé qu'une des origines d'une maladie était génétique. On estime que 1,2 % de la population est porteur du gène en cause et qu'environ 1,95 % de la population est atteinte de la maladie. Lorsqu'un individu est porteur du gène, on estime à 80 % la probabilité qu'il développe la maladie. Mais s'il n'est pas porteur du gène il y a tout de même une probabilité de 1 % qu'il développe la maladie. Les malades qui ne sont pas porteurs du gène représentent 0,988 % de la population.

Lorsqu'un individu est choisi au hasard dans la population, on considère les évènements suivants :

- G : « le patient est porteur du gène »
- M : « le patient développe la maladie »

À partir des informations données dans l'énoncé, compléter le tableau et l'arbre de probabilités ci-dessous

	G	…	Total
M	…	…	…
	…	…	…
Total	…	…	…



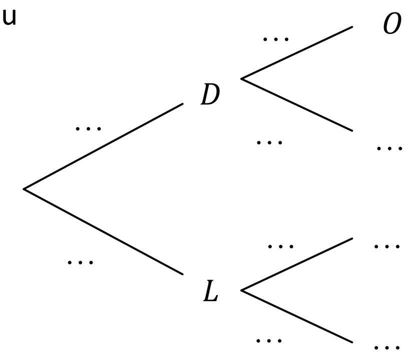
Entraînement n°2

Parcours musical.
Un conservatoire de musique propose deux parcours à ses élèves : un parcours diplômant et un parcours loisir. On observe que 40 % des élèves choisissent le parcours diplômant et 27 % des élèves font parti d'un orchestre. 45 % des élèves choisissent de ne pas faire partie d'un orchestre, tout en suivant un parcours loisir. Parmi ceux qui ont sélectionné le parcours diplômant, 30 % choisissent de faire partie d'un orchestre. Parmi les élèves ayant choisi le parcours loisir, 25 % choisissent de faire partie d'un orchestre.
On sélectionne un élève de ce conservatoire au hasard.
On note :

- D l'évènement : « L'élève sélectionné a choisi le parcours diplômant. »
- L l'évènement : « L'élève sélectionné a choisi le parcours loisir. »
- O l'évènement : « L'élève sélectionné a choisi de faire partie d'un orchestre. »

À partir des informations données dans l'énoncé, compléter le tableau et l'arbre de probabilités ci-dessous

	O	…	Total
D	…	…	…
L	…	…	…
Total	…	…	…



Entraînement n°3

Fête de village

Dans un petit village, la mairie a organisé une fête locale : un certain nombre d’entrées gratuites ont été distribuées aux habitants et des stands ont été installés pour la vente de produits locaux.

Les organisateurs estiment que 40 % des visiteurs de la fête ont eu une entrée gratuite, les autres ont payé leur entrée. De plus, parmi les visiteurs ayant une entrée gratuite, 45 % ont effectué un achat dans un des stands. Parmi ceux ayant payé leur entrée, 60 % n’ont rien acheté.

Au total, 42 % des participants ont effectué un achat sur les stands, 18% ayant effectué un achat et bénéficié d’une entrée gratuite.

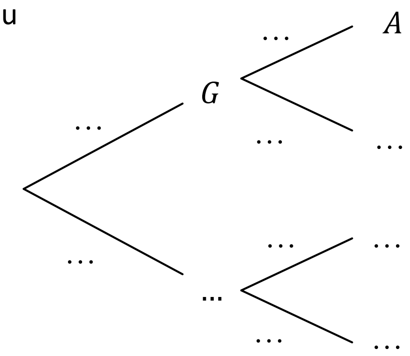
On interroge au hasard un des visiteurs de la fête à la fin de la journée.

On note

- G l’évènement : « le visiteur a eu une entrée gratuite »,
- A l’évènement : « le visiteur a effectué un achat ».

À partir des informations données dans l’énoncé, compléter le tableau et l’arbre de probabilités ci-dessous

	A	…	Total
G	…	…	…
…	…	…	…
Total	…	…	…



Savoir Pc. 3 : Calculs dans un tableau

Valeurs approchées au centième

Entraînement n°1

On donne le tableau de probabilités suivant :

	V	$\bar{V}$	Total
A	0,22	0,08	0,3
E	0,14	0,56	0,7
Total	0,36	0,64	1

Par lecture directe ou par un calcul
(que vous indiquerez avec la formule et le calcul),
déterminer les probabilités suivantes :

a. $p(A)$ **b.** $p_E(V)$ **c.** $p(A \cap V)$ **d.** $p_{\bar{V}}(A)$ **e.** $p(\bar{V})$ **f.** $p(E \cup \bar{V})$

Entraînement n°2

On donne le tableau de probabilités suivant :

	A	B	C	Total
G	0,1	0,2	0,1	0,4
$\bar{G}$	0,06	0,24	0,3	0,6
Total	0,16	0,44	0,4	1

Par lecture directe ou par un calcul
(que vous indiquerez avec la formule et le calcul),
déterminer les probabilités suivantes :

a. $p_C(G)$ **b.** $p(\bar{G} \cap B)$ **c.** $p(A \cup B)$ **d.** $p(G \cap C)$ **e.** $p_B(\bar{G})$ **f.** $p(\bar{G})$

Entraînement n°3

On donne le tableau de probabilités suivant :

	A	$\bar{A}$	Total
Z	0,2	0,08	0,28
$\bar{Z}$	0,6	0,12	0,72
Total	0,8	0,2	1

Par lecture directe ou par un calcul
(que vous indiquerez avec la formule et le calcul),
déterminer les probabilités suivantes :

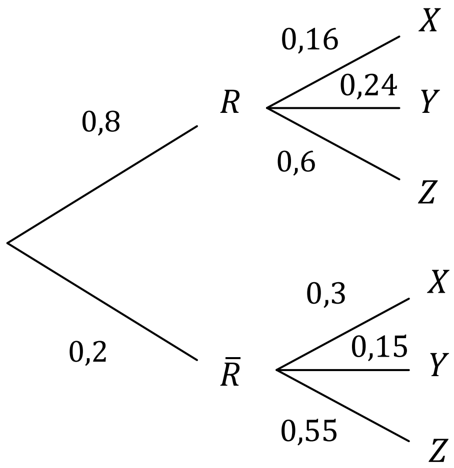
a. $p(\bar{A})$ **b.** $p(A \cup Z)$ **c.** $p_{\bar{Z}}(A)$ **d.** $p(\bar{Z} \cap Z)$ **e.** $p(\bar{Z} \cap \bar{A})$ **f.** $p_A(Z)$

Savoir Pc. 4 : Calculs dans un arbre

Valeurs arrondies au centième

Entraînement n°1

On donne l'arbre de probabilités suivant :



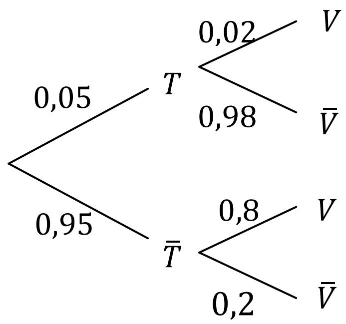
Par lecture directe ou par un calcul (que vous indiquerez avec la formule et le calcul), déterminer les probabilités suivantes :

a. $p(R)$ **b.** $p(\bar{R} \cap X)$ **c.** $p_R(Z)$

d. $p(X)$ **e.** $p_X(\bar{R})$ **f.** $p(Y \cap R)$

Entraînement n°2

On donne l'arbre de probabilités suivant :



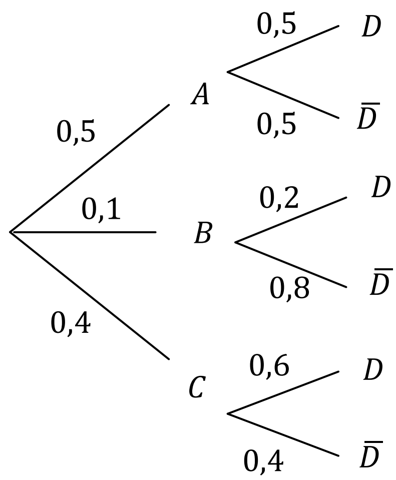
Par lecture directe ou par un calcul (que vous indiquerez avec la formule et le calcul), déterminer les probabilités suivantes :

a. $p(T \cap \bar{V})$ **b.** $p(\bar{V})$ **c.** $p(V)$

d. $p_V(T)$ **e.** $p_{\bar{T}}(\bar{V})$ **f.** $p(V \cap \bar{T})$

Entraînement n°3

On donne l'arbre de probabilités suivant :



Par lecture directe ou par un calcul (que vous indiquerez avec la formule et le calcul), déterminer les probabilités suivantes :

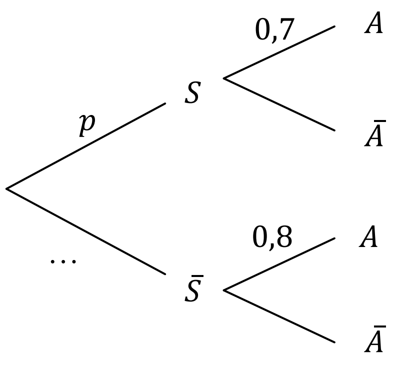
a. $p(A \cup B)$ **b.** $p(C \cap D)$ **c.** $p_B(\bar{D})$

d. $p(D)$ **e.** $p_D(C)$ **f.** $p(\bar{D} \cap A)$

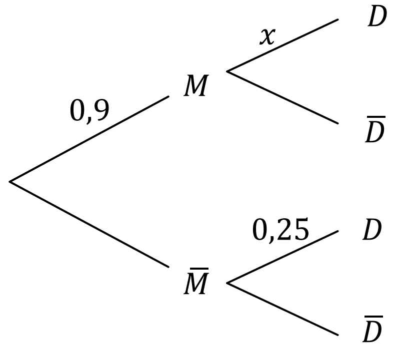
Savoir Pc. 5 : Équations dans un arbre

Entraînement n°1

1) On pose $p(S) = p$, mais on sait que $p(A) = 0,76$.
Déterminer p

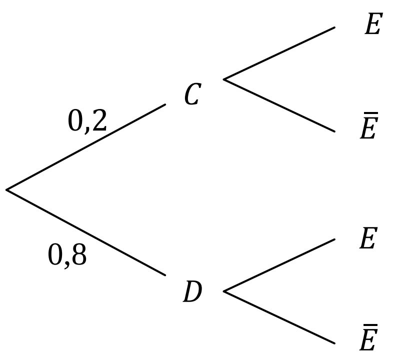


2) On pose $p_M(D) = x$
On sait que $p(M \cap D) = 0,54$, déterminer x



Entraînement n°2

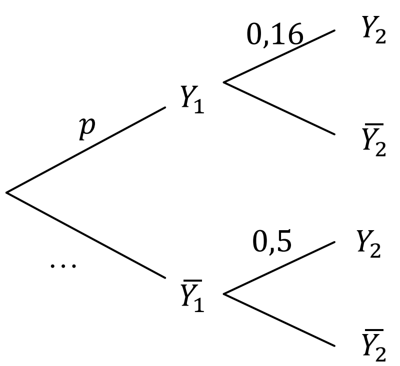
1) On appelle x la probabilité de E sachant C.
On sait que la probabilité de E sanchant D en est le double.
On sait aussi que la probabilité de E est de 27 %
Compléter l'arbre :



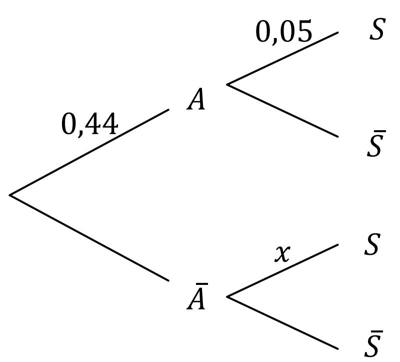
2) On a $p(V) = 0,47$; $p_F(V) = 0,8$ et $p_{\bar{F}}(\bar{V}) = 0,64$
Déterminer $p(F)$

Entraînement n°3

1) On sait que $p(\overline{Y_1} \cap \overline{Y_2}) = 0,11$.
Déterminer $p(Y_1) = p$



2) On pose $p_{\bar{A}}(S) = x$
Déterminer x pour qu'on ait $p(S) = 0,078$



Exercices "type bac"

Exercice n°1

Une entreprise fabrique des billes en bois sphériques grâce à deux machines de production A et B.
L'entreprise considère qu'une bille peut être vendue uniquement lorsque son diamètre est compris entre 0,9 cm et 1,1 cm.
Une étude du fonctionnement des machines a permis d'établir les résultats suivants :

- 96% de la production journalière est vendable.
- La machine A fournit 60% de la production journalière.
- La proportion de billes vendables parmi la production de la machine A est 98%.

On choisit une bille au hasard dans la production d'un jour donné. On définit les évènements suivants :
A : « la bille a été fabriquée par la machine A » ;
B : « la bille a été fabriquée par la machine B » ;
V : « la bille est vendable ».

1. Déterminer la probabilité que la bille choisie soit vendable et provienne de la machine A.

2. Justifier que $P(B \cap V) = 0{,}372$ et en déduire la probabilité que la bille choisie soit vendable sachant qu'elle provient de la machine B.

3. Un technicien affirme que 70% des billes non vendables proviennent de la machine B. A-t-il raison ?

Exercice n°2

Selon les autorités sanitaires d'un pays, 7 % des habitants sont affectés par une certaine maladie.
Dans ce pays, un test est mis au point pour détecter cette maladie.
Ce test a les caractéristiques suivantes :

- Pour les individus malades, le test donne un résultat négatif dans 20 % des cas ;
- Pour les individus sains, le test donne un résultat positif dans 1 % des cas.

Une personne est choisie au hasard dans la population et testée.
On considère les évènements suivants :

- M « la personne est malade » ;
- T « le test est positif ».

1. Calculer la probabilité de l'évènement $M \cap T$. On pourra s'appuyer sur un arbre pondéré.

2. Démontrer que la probabilité que le test de la personne choisie au hasard soit positif, et de 0,0653.

3. Dans un contexte de dépistage de la maladie, est-il plus pertinent de connaître $P_M(T)$ ou $P_T(M)$?

4. On considère dans cette question que la personne choisie au hasard a eu un test positif.
Quelle est la probabilité qu'elle soit malade ? On arrondira le résultat à 10^{-2} près.

Exercice n°3

La chocolaterie « Choc'o » fabrique des tablettes de chocolat noir, de 100 grammes, dont la teneur en cacao annoncée est de 85%.

À l'issue de la fabrication, la chocolaterie considère que certaines tablettes ne sont pas commercialisables : tablettes cassées, mal emballées, mal calibrées, etc.
La chocolaterie dispose de deux chaînes de fabrication :

- la chaîne A, lente, pour laquelle la probabilité qu'une tablette de chocolat soit commercialisable est égale à 0,98.
- la chaîne B, rapide, pour laquelle la probabilité qu'une tablette de chocolat soit commercialisable est 0,95.

À la fin d'une journée de fabrication, on prélève au hasard une tablette et on note :

A l' évènement : « la tablette de chocolat provient de la chaîne de fabrication A » ;
C l'évènement : « la tablette de chocolat est commercialisable ».

On note x la probabilité qu'une tablette de chocolat provienne de la chaîne A.

1. Montrer que $P(C) = 0{,}03x + 0{,}95$.

2. À l'issue de la production, on constate que 96% des tablettes sont commercialisables et on retient cette valeur pour modéliser la probabilité qu'une tablette soit commercialisable.
Justifier que la probabilité que la tablette provienne de la chaîne B est deux fois égale à celle que la tablette provienne de la chaîne A.

Exercice n°4

En prévision d'une élection entre deux candidats A et B, un institut de sondage recueille les intentions de vote de futurs électeurs.
Parmi les 1 200 personnes qui ont répondu au sondage, 47% affirment vouloir voter pour le candidat A et les autres pour le candidat B.
Compte-tenu du profil des candidats, l'institut de sondage estime que 10% des personnes déclarant vouloir voter pour le candidat A ne disent pas la vérité et votent en réalité pour le candidat B, tandis que 20% des personnes déclarant vouloir voter pour le candidat B ne disent pas la vérité et votent en réalité pour le candidat A.
On choisit au hasard une personne ayant répondu au sondage et on note :

- *A* l'évènement « La personne interrogée affirme vouloir voter pour le candidat A » ;
- *B* l'évènement « La personne interrogée affirme vouloir voter pour le candidat B » ;
- *V* l'évènement « La personne interrogée dit la vérité ».

1. Construire un arbre de probabilités traduisant la situation.

2. a. Calculer la probabilité que la personne interrogée dise la vérité.

b. Sachant que la personne interrogée dit la vérité, calculer la probabilité qu'elle affirme vouloir voter pour le candidat A. Arrondir à 10^{-4}.

3. Démontrer que la probabilité que la personne choisie vote effectivement pour le candidat A est 0,529.

Exercice n°5

Les résultats seront arrondis au millième si besoin.

Une scierie produit des planches en chêne, en sapin ou en bois de hêtre pour fabriquer des parquets massifs. Il existe deux qualités de planche : les planches déclassées (de moins bonne qualité) et les planches de premier choix (de qualité supérieure). On sait que :

- 20% des planches produites sont en chêne,
- 66% des planches sont en sapin,
- les autres sont en bois de hêtre.

De plus, 46% des planches en chêne, 25% des planches en sapin et 45% des planches en hêtre sont déclassées. On choisit une planche au hasard dans la production de la scierie, et on définit les évènements suivants :

- C : « la planche est en chêne » ;
- S : « la planche est en sapin » ;
- T : « la planche est en bois de hêtre » ;
- D : « la planche est déclassée ».

1. Représenter la situation par un arbre de probabilité

2. **a.** Calculer la probabilité que la planche soit une planche en chêne déclassée.

b. Montrer qu'il y a 32% de chances que la planche soit déclassée.

c. Quelle est la probabilité qu'une planche déclassée soit en chêne ?

3. La scierie désire diminuer la probabilité de produire une planche déclassée. Elle décide de ne produire que du chêne et du sapin.
Quelle doit être la probabilité de produire une planche en chêne pour que la probabilité de produire une planche déclassée soit inférieure à 28% ?

Exercice n°6

Les résultats des probabilités seront arrondis à 10^{-3} *près.*

Une chaîne de magasins souhaite fidéliser ses clients en offrant des bons d'achat à ses clients privilégiés. Chacun d'eux reçoit un bon d'achat de couleur verte ou rouge sur lequel est inscrit un montant.
Les bons d'achats sont distribués de façon à avoir, dans chaque magasin, un quart de bons rouges et trois quarts de bons verts.
Les bons d'achat verts prennent la valeur de 30 euros avec une probabilité égale à 0,067 ou des valeurs comprises entre 0 et 15 euros avec des probabilités non précisées ici.
De façon analogue, les bons d'achat rouges prennent les valeurs 30 ou 100 euros avec des probabilités respectivement égales à 0,015 et 0,010 ou des valeurs comprises entre 10 et 20 euros avec des probabilités non précisées ici.

1. Calculer la probabilité d'avoir un bon d'achat d'une valeur supérieure ou égale à 30 euros sachant qu'il est rouge.

2. Montrer qu'une valeur approchée à 10^{-3} près de la probabilité d'avoir un bon d'achat d'une valeur supérieure ou égale à 30 euros vaut 0,057.

Sujet de préparation CORRECTION

Corrigé Savoir Pc. 1

1) **a.** $R \cap \bar{G}$ **b.** $p_G(V)$ **c.** $p(V \cup G)$

2) **a.** $\bar{R}$: « Le jeton **n'est <u>pas</u>** rouge » (ou « le jeton est vert ou bleu »)
b. $p_B(G)$: « la probabilité que le jeton soit gagnant, **<u>sachant qu'il</u>** est bleu »
c. $p(B \cap G)$: « la probabilité que le jeton soit bleu **<u>et</u>** gagnant »

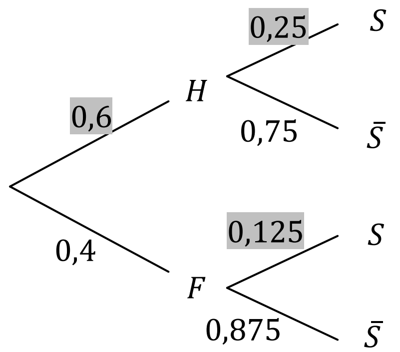
3) **a.** $p(R) = \frac{100}{100+60+40} = \frac{100}{200} = \frac{1}{2}$ **b.** $p(V \cap G) = \frac{10}{200} = 0{,}05$

4) **a.** $20\ \% = \boldsymbol{p(G)}$ **b.** $25\ \% = \boldsymbol{p_B(G)}$

Corrigé Savoir Pc. 2

En gris les données de l'énoncé, les autres sont calculées

	S	$\bar{S}$	Total
H	0,15	0,45	0,6
F	0,05	0,35	0,4
Total	0,2	0,8	1



Corrigé Savoir Pc. 3

a. $p(E) = \mathbf{0{,}3}$ **b.** $p(E \cap S) = \mathbf{0{,}25}$ **c.** $p_E(S) = \frac{p(E\cap S)}{p(E)} = \frac{0{,}25}{0{,}3} \simeq \mathbf{0{,}83}$

d. $p(S \cup Y) = p(S) + p(Y) - p(S \cap Y) = 0{,}8 + 0{,}7 - 0{,}55 = \mathbf{0{,}95}$ **e.** $p_S(Y) = \frac{p(Y\cap S)}{p(S)} = \frac{0{,}55}{0{,}8} = \mathbf{0{,}6875}$

Corrigé Savoir Pc. 4

a. $p(E) = \mathbf{0{,}7}$ **b.** $p(E \cap C) = p(E) \times p_E(C) = 0{,}7 \times 0{,}25 = \mathbf{0{,}175}$ **c.** $p_I(\bar{C}) = \mathbf{0{,}2}$

d. $p(C) = p(A \cap C) + p(E \cap C) + p(I \cap C) = 0{,}2 \times 0{,}4 + 0{,}175 + 0{,}1 \times 0{,}8 = \mathbf{0{,}335}$

e. $p_C(E) = \frac{p(E\cap C)}{p(C)} = \frac{0{,}175}{0{,}335} \simeq \mathbf{0{,}52}$

Corrigé Savoir Pc. 5

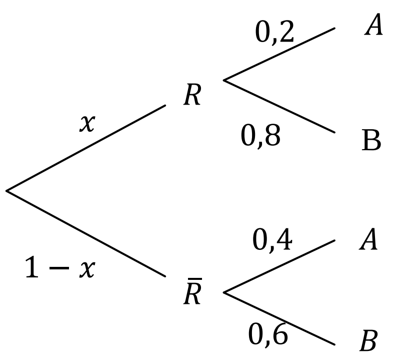
1) On a : $p(A) = p(R \cap A) + p(\bar{R} \cap A)$
$= 0{,}2x + 0{,}4(1 - x)$
$= 0{,}2x + 0{,}4 - 0{,}4x$
$= \mathbf{-0,2x + 0,4}$

Comme on sait que $p(A) = 0{,}26$ on a l'équation :

$\mathbf{-0,2x + 0,4 = 0,26}$

$\Leftrightarrow \ -0{,}2x = -0{,}14$

$\Leftrightarrow \ x = \frac{0{,}14}{0{,}2} = 0{,}7$ On a donc $\boldsymbol{p(R) = 0,7}$



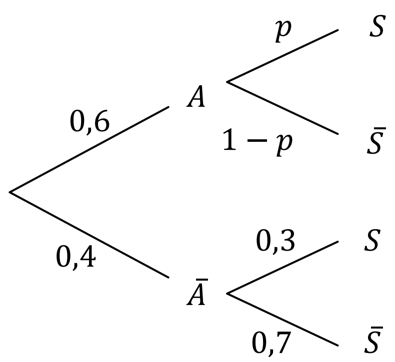
2) On a : $p(\bar{S}) = p(A \cap \bar{S}) + p(\bar{A} \cap \bar{S})$
$= 0{,}6(1 - p) + 0{,}4 \times 0{,}7$
$= 0{,}6 - 0{,}6p + 0{,}28$
$= \mathbf{0,88 - 0,6p}$

Comme on sait que $p(\bar{S}) = 0{,}82$on a l'équation :

$\mathbf{0,88 - 0,6p = 0,82}$

$\Leftrightarrow \ -0{,}6p = -0{,}06$

$\Leftrightarrow \ x = \frac{0{,}06}{0{,}6} = 0{,}1$ On a donc $\boldsymbol{p_A(S) = 0,1}$



CORRECTION Entraînements savoirs

Savoir Pc. 1 : Corrigés

Corrigé Entraînement n°1

1) **a.** $\boldsymbol{p_A(G)}$ **b.** $\boldsymbol{p_F(ME)}$ **c.** $\boldsymbol{ME \cup M}$ ou aussi $\boldsymbol{\overline{A}}$

2) **a.** Sachant que l'élève est un garçon, quelle est la probabilité qu'il ait suivi la spécialité maths sans l'option

b. L'élève est une fille qui* ne fait pas l'option maths experte (* ou « et »)

c. $p(A \cap F)$ Quelle est la probabilité que l'élève soit une fille et ne fasse pas l'option maths

3) **a.** $p(ME \cup M) = \frac{48\,011+88\,528}{364\,882} \simeq \mathbf{0,37}$ **b.** $p(F \cap ME) = \frac{15\,051}{364\,882} \simeq \mathbf{0,04}$ **c.** $p_{ME}(F) = \frac{15051}{48\,011} \simeq \mathbf{0,31}$

4) **a.** $\frac{88\,528}{364\,882} = \boldsymbol{p(M)}$ **b.** $\frac{77\,016}{228\,343} = \boldsymbol{p_A(G)}$

Corrigé Entraînement n°2

1) a. $\boldsymbol{p(M_1 \cap \overline{C})}$ **b.** $\boldsymbol{\overline{M_1}}$ (qui est aussi M_2 d'ailleurs) **c.** $\boldsymbol{p_C(M_2)}$

2) **a.** Quelle est la probabilité que l'objet ait été produit par la machine m_2 ou qu'il soit conforme ?

b. Sachant que l'objet a été produit par la machine m_2, quelle est la probabilité qu'in ne soit pas conforme ?

c. « L'objet n'est pas conforme et a été produit par la machine m_2 »

3) **a.** $p(\bar{C}) = \frac{626}{12\,520} = \mathbf{0,05}$ **b.** $p(M_2) = 1 - p(M_1) = 1 - 0,6 = \mathbf{0,4}$

4) **a.** $7\ \% = p_{M_1}(\bar{C})$ **b.** $60\ \% = \boldsymbol{p(M_1)}$

Corrigé Entraînement n°3

1) **a.** $\boldsymbol{\overline{T} \cap \overline{V}}$ **b.** $\boldsymbol{p_T(V)}$ **c.** $\boldsymbol{p_V(T)}$

2) a. « Il ya eu une tempête ou Albert n'a pas gagné la course »

b. Quelle est la probabilité qu'il n'y ait pas eu de tempête et qu'Albert soit vainqueur ?

c. Albert a perdu. Quelle est la probabilité qu'il n'ait pas rencontré de tempête ?

3) **a.** $80\ \% = \boldsymbol{p_{\overline{T}}(V)}$ **b.** $0,1\ \% = \boldsymbol{p(T \cap V)}$

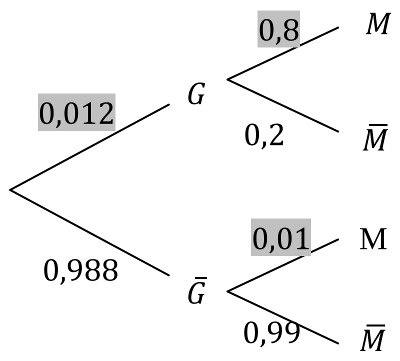
4) **a.** $p(\overline{T}) = 1 - p(T) = 1 - 0,05 = \mathbf{0,95}$ **b.** $p_T(\overline{V}) = 1 - p_T(V) = 1 - 0,02 = \mathbf{0,98}$

Savoir Pc. 2 : Corrigés

Les données grisées sont celles données dans l'énoncé. Les autres sont calculées

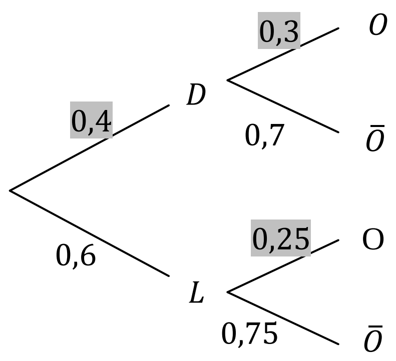
Corrigé Entraînement n°1

	G	$\bar{G}$	Total
M	0,00962	0,00988	0,0195
$\bar{M}$	0,00238	0,97812	0,9805
Total	0,012	0,988	1



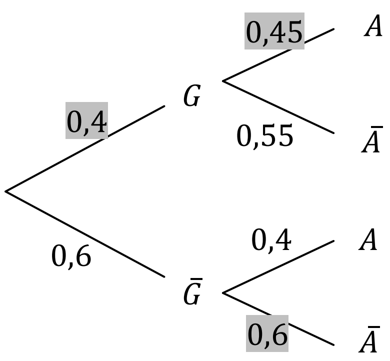
Corrigé Entraînement n°2

	O	$\bar{O}$	Total
D	0,12	0,28	0,4
L	0,15	0,45	0,6
Total	0,27	0,73	1



Corrigé Entraînement n°3

	A	$\bar{A}$	Total
G	0,18	0,22	0,4
$\bar{G}$	0,24	0,36	0,6
Total	0,42	0,58	1



Savoir Pc. 3 : Corrigés

Corrigé Entraînement n°1

a. $p(A) = \mathbf{0,3}$

b. $p_E(V) = \frac{p(E \cap V)}{p(E)} = \frac{0{,}14}{0{,}7} = \mathbf{0,2}$

c. $p(A \cap V) = \mathbf{0,22}$

d. $p_{\bar{V}}(A) = \frac{p(\bar{V} \cap A)}{p(\bar{V})} = \frac{0{,}08}{0{,}64} = \mathbf{0,125}$

e. $p(\bar{V}) = \mathbf{0,64}$

f. $p(E \cup \bar{V}) = p(E) + p(\bar{V}) - p(E \cap \bar{V})$
$= 0{,}7 + 0{,}64 - 0{,}56 = \mathbf{0,78}$

Corrigé Entraînement n°2

a. $p_C(G) = \frac{p(C \cap G)}{p(C)} = \frac{0{,}1}{0{,}4} = \mathbf{0,25}$

b. $p(\bar{G} \cap B) = \mathbf{0,24}$

c. $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$
$= 0{,}16 + 0{,}44 - 0 = \mathbf{0,6}$

d. $p(G \cap C) = \mathbf{0,1}$

e. $p_B(\bar{G}) = \frac{p(B \cap \bar{G})}{p(B)} = \frac{0{,}24}{0{,}44} \simeq 0{,}55$

f. $p(\bar{G}) = \mathbf{0,6}$

Corrigé Entraînement n°3

a. $p(\bar{A}) = \mathbf{0,2}$

b. $p(A \cup Z) = p(A) + p(Z) - p(A \cap Z)$
$= 0{,}8 + 0{,}28 - 0{,}2 = \mathbf{0,88}$

c. $p_{\bar{Z}}(A) = \frac{p(\bar{Z} \cap A)}{p(\bar{Z})} = \frac{0{,}6}{0{,}72} \simeq \mathbf{0,83}$

d. $p(\bar{Z} \cap Z) = \mathbf{0}$
L'évènement $\bar{Z} \cap Z$ est impossible

e. $p(\bar{Z} \cap \bar{A}) = \mathbf{0,12}$

f. $p_A(Z) = \frac{p(A \cap Z)}{p(A)} = \frac{0{,}2}{0{,}8} = \mathbf{0,25}$

Savoir Pc. 4 : Corrigés

Corrigé Entraînement n°1

a. $p(R) = \mathbf{0,8}$

b. $p(\bar{R} \cap X) = p(\bar{R}) \times p_{\bar{R}}(X)$
$= 0{,}2 \times 0{,}3 = \mathbf{0,06}$

c. $p_R(Z) = \mathbf{0,6}$

d. $p(X) = p(R \cap X) + p(\bar{R} \cap X)$
$= 0{,}8 \times 0{,}16 + 0{,}06$
$= \mathbf{0,188}$

e. $p_X(\bar{R}) = \frac{p(X \cap \bar{R})}{p(X)} = \frac{0{,}06}{0{,}188} \simeq \mathbf{0,32}$

f. $p(Y \cap R) = p(R) \times p_R(Y)$
$= 0{,}8 \times 0{,}24 = \mathbf{0,192}$

Corrigé Entraînement n°2

a. $p(T \cap \bar{V}) = p(T) \times p_T(\bar{V})$
$= 0{,}05 \times 0{,}98 = \mathbf{0,0049}$

b. $p(\bar{V}) = p(T \cap \bar{V}) + p(\bar{T} \cap \bar{V})$
$= 0{,}049 + 0{,}95 \times 0{,}2 = \mathbf{0,239}$

c. $p(V) = 1 - p(\bar{V})$
$= 1 - 0{,}191 = \mathbf{0,761}$

d. $p_V(T) = \frac{p(V \cap T)}{p(V)} = \frac{0{,}05 \times 0{,}02}{0{,}761} \simeq \mathbf{0,001}$

e. $p_{\bar{T}}(\bar{V}) = \mathbf{0,2}$

f. $p(V \cap \bar{T}) = p(\bar{T}) \times p_{\bar{T}}(V)$
$= 0{,}95 \times 0{,}8 = \mathbf{0,76}$

Corrigé Entraînement n°3

a. $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$
$= 0{,}5 + 0{,}1 - 0 = \mathbf{0{,}6}$

b. $p(C \cap D) = p(C) \times p_C(D)$
$= 0{,}4 \times 0{,}6 = \mathbf{0{,}24}$

c. $p_B(\overline{D}) = \mathbf{0{,}8}$

d. $p(D) = p(A \cap D) + p(B \cap D) + p(C \cap D)$
$= 0{,}5 \times 0{,}5 + 0{,}1 \times 0{,}2 + 0{,}24 = \mathbf{0{,}51}$

e. $p_D(C) = \frac{p(C \cap D)}{p(D)} = \frac{0{,}24}{0{,}51}$
$\simeq \mathbf{0{,}47}$

f. $p(\overline{D} \cap A) = p(A) \times p_A(\overline{D})$
$= 0{,}5 \times 0{,}5 = \mathbf{0{,}25}$

Savoir Pc. 5 : Corrigés

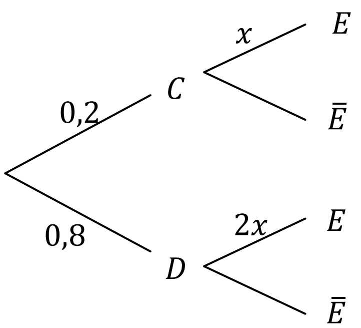
Corrigé Entraînement n°1

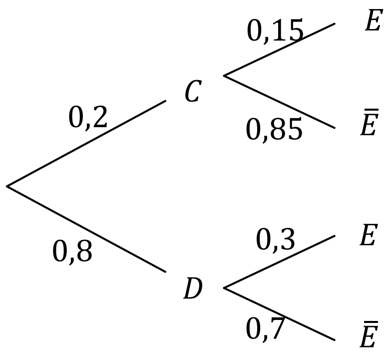
1) $p(A) = p(S \cap A) + p(\bar{S} \cap A) = 0{,}7p + 0{,}8(1-p)$
On a donc l'équation
$0{,}7p + 0{,}8(1-p) = 0{,}76 \iff 0{,}8 - 0{,}1p = 0{,}76$
$\iff p = \dfrac{-0{,}04}{-0{,}1} = \mathbf{0{,}4}$

2) $p(M \cap D) = p(M) \times p_M(D) = 0{,}9x$
On a donc l'équation :
$0{,}9x = 0{,}54 \iff x = \frac{0{,}54}{0{,}9} = \mathbf{0{,}6}$

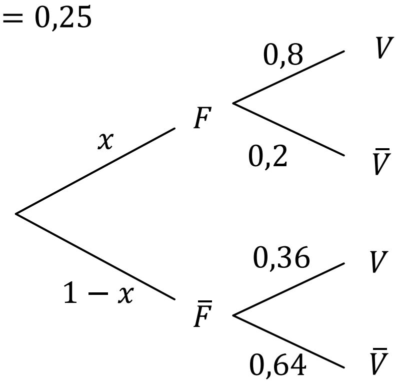
Corrigé Entraînement n°2

1) $p(E) = p(C \cap E) + p(D \cap E) = 0{,}2x + 1{,}6x = 1{,}8x$
Comme $p(E) = 0{,}27$, on a l'équation :
$1{,}8x = 0{,}27 \iff x = \dfrac{0{,}27}{1{,}8} = 0{,}15$





2) On pose $p(F) = x$
On a $p(V) = p(F \cap V) + p(\bar{F} \cap V) = 0{,}47$
$\iff 0{,}8x + 0{,}36(1-x) = 0{,}47$
$\iff 0{,}36 + 0{,}44x = 0{,}47$
$\iff x = \frac{0{,}47 - 0{,}36}{0{,}44} = 0{,}25$
Donc $p(F) = 0{,}25$



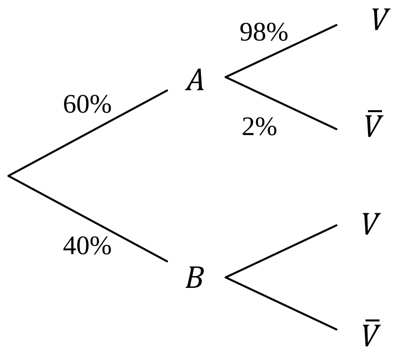
Corrigé Entraînement n°3

1) $p(\overline{Y_1} \cap \overline{Y_2}) = p(\overline{Y_1}) \times p_{\overline{Y_1}}(\overline{Y_2})$
$= (1-p) \times 0{,}5$
On a donc l'équation
$0{,}5 - 0{,}5p = 0{,}11 \iff 0{,}39 = 0{,}5p$
$\iff p = \frac{0{,}39}{0{,}5} = 0{,}78$ Donc $p(Y_1) = 0{,}78$

2) $p(S) = p(A \cap S) + p(\bar{A} \cap S)$
$= 0{,}44 \times 0{,}5 + 0{,}56x$
Pour que $p(S) = 0{,}078$, on doit résoudre
$0{,}022 + 0{,}56x = 0{,}078$
$\iff x = \frac{0{,}078 - 0{,}022}{0{,}56} = 0{,}1$
donc on doit avoir $p_{\bar{A}}(S) = 0{,}1$

CORRECTION Sujets "type bac"

Exercice 1 : Corrigés



1. L'énoncé donne : $p(V) = 0{,}96$; $p(A) = 0{,}6$ et $p_A(V) = 0{,}98$.
On a donc $p(A \cap V) = p(A) \times p_A(V) = 0{,}6 \times 0{,}98 = 0{,}588$.
Il y a donc 58,8% de chances que la bille choisie soit vendable et provienne de la machine A.

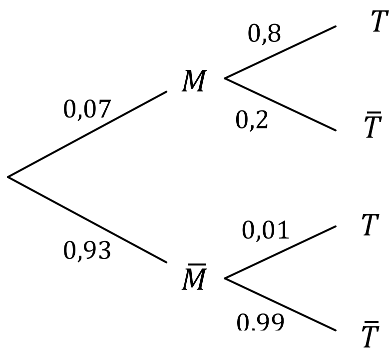
2. On a $p(A \cap V) + p(B \cap V) = p(V)$ (formule des probabilités totales).
Donc en effet : $p(B \cap V) = 0{,}96 - 0{,}588 = 0{,}372$.
On a alors :

$$p_B(V) = \frac{p(B \cap V)}{p(B)} = \frac{0{,}372}{1 - 0{,}6} = 0{,}93$$

Il y a donc 93% de chances que la bille choisie soit vendable sachant qu'elle provient de la machine B.

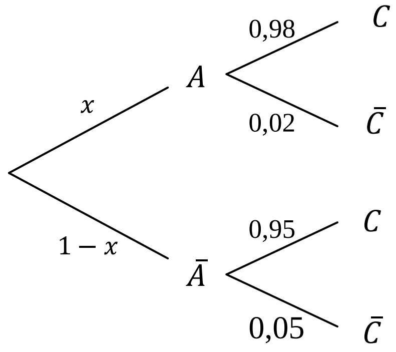
3. On a $p(B \cap \bar{V}) = p(B) - p(B \cap V) = 0{,}4 - 0{,}372 = 0{,}028$. Il y a donc 2,8% de billes non vendables provenant de B par rapport à un total de 4% de billes non vendables. Les billes non vendables provenant de B représentent donc $\frac{0{,}028}{0{,}04} = 0{,}7 = 70\%$ des billes non vendables (autrement dit, il s'agit de $p_{\bar{V}}(B)$).
Le technicien a donc effectivement raison.

Exercice 2 : Corrigés



1. Voir l'arbre ci-contre.
   On a : $p(M \cap T) = p(M) \times p_M(T) = 0{,}07 \times 0{,}8 = 0{,}056$.
2. On a :
   $p(T) = p(M \cap T) + p(\bar{M} \cap T) = 0{,}056 + 0{,}93 \times 0{,}01 = 0{,}0653$.
   La probabilité que le test de la personne choisie au hasard soit positif est donc bien égale à 0,0653.
3. Tout dépend de quel point de vue on se place (question très mal posée et pas du tout mathématique).
   Dans le cas d'un individu qui se retrouve avec un test positif, l'individu peut avoir envie de savoir quelle est la probabilité qu'il soit vraiment malade ($p_T(M)$). C'est la réponse que semble attendre l'énoncé.
   Mais dans le cadre collectif, les épidémiologistes aux notions plus importantes de $p_M(T)$ (qui s'appelle la sensibilité du test) et de $p_{\bar{M}}(\bar{T})$ (qui s'appelle la spécificité du test).
   Car quand on obtient un test positif, même s'il y a une probabilité qu'en fait on ne soit pas malade, on doit agir comme si on était malade à coup sûr, pour protéger les autres.
4. On cherche: $p_T(M) = \frac{p(M \cap T)}{p(T)} = \frac{0{,}056}{0{,}0653} \simeq 0{,}86$.

Exercice 3 : Corrigés



1. L'énoncé donne : $p(A) = x$; $p_A(C) = 0{,}98$ et $p_{\bar{A}}(C) = 0{,}95$.
On a alors $p(\bar{A}) = 1 - x$.
On a donc :

$$\begin{aligned} p(C) &= p(C \cap A) + p(C \cap \bar{A}) = p(A)p_A(C) + p(\bar{A})p_{\bar{A}}(C) \\ &= 0{,}98x + 0{,}95(1-x) \end{aligned}$$

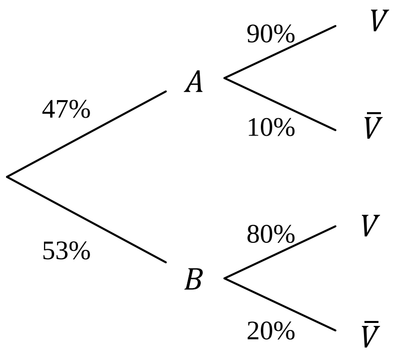
Donc en effet : $p(C) = 0{,}03x + 0{,}95$.

2. On donne ici $p(C) = 0{,}96 \iff 0{,}03x + 0{,}95 = 0{,}96$

$$\iff 0{,}03x = 0{,}01 \iff x = \frac{1}{3}.$$

On a alors : $p(A) = x = \frac{1}{3}$ et $p(\bar{A}) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} = 2 \times \frac{1}{3} = 2\,p(A)$.
La probabilité que la tablette provienne de la chaîne B est donc effectivement « deux fois égale à celle » (deux fois plus grande que celle) **que la tablette provienne de la chaîne A.**

Exercice 4 : Corrigés



1. L'énoncé donne : $p(A) = 0{,}47$; $p_A(\bar{V}) = 0{,}1$ et $p_B(\bar{V}) = 0{,}2$.
Voir l'arbre ci-contre.

2. a. On a : $p(V) = p(A \cap V) + p(B \cap V) = p(A)p_A(V) + p(B)p_B(V)$

$$= 0{,}47 \times 0{,}9 + 0{,}53 \times 0{,}8 = 0{,}847$$

Il y a donc 84,7% de chances que la personne interrogée dise la vérité.

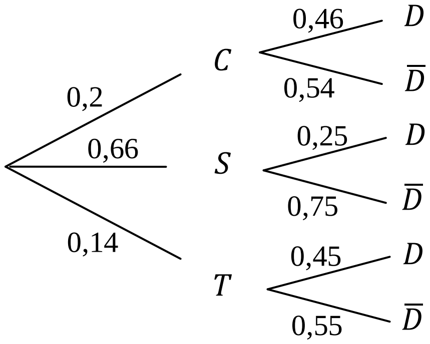
b. On a : $p_V(A) = \frac{0{,}47\times0{,}9}{p(V)} = \frac{0{,}461\times0{,}064}{0{,}847} \simeq 0{,}4994.$

Sachant que la personne interrogée dit la vérité, il y a donc environ 49,94% de chances qu'elle affirme vouloir voter pour le candidat A.

3. Si la personne choisie vote effectivement pour le candidat A, c'est que soit elle a déclaré voter A sans mentir ($A \cap V$), soit elle a déclaré voter pour B mais a menti ($B \cap \bar{V}$).
Ces deux événements étant disjoints, la probabilité demandée est donc :
$p(A \cap V) + p(B \cap \bar{V}) = 0{,}47 \times 0{,}9 + 0{,}53 \times 0{,}2 = 0{,}529$. CQFD.

Exercice 5 : Corrigés

1.



2. a. $p(C \cap D) = p(C) \times p_C(D) = 0{,}2 \times 0{,}46 = 0{,}092$.

b. On a : $p(D) = p(C \cap D) + p(S \cap D) + p(T \cap D)$

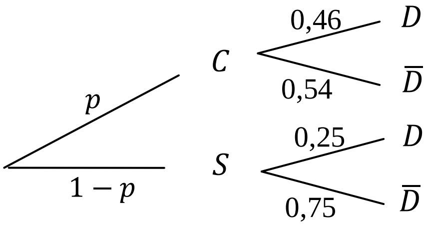
$$= 0{,}092 + 0{,}66 \times 0{,}25 + 0{,}14 \times 0{,}45 = 0{,}32.$$

Donc il y a en effet 32% de chances que la planche soit déclassée.

c. On a : $p_D(C) = \frac{p(C \cap D)}{p(D)} = \frac{0{,}092}{0{,}32} = 0{,}2875$.

Il y a donc 28,75% de chances que la planche déclassée soit en chêne.

3. Soit $p = p(C)$. On obtient dans cette situation l'arbre suivant :



On veut obtenir : $p(D) \leq 0{,}28$ or $p(D) = 0{,}46p + 0{,}25(1-p)$.
On doit donc résoudre :

$$0{,}46p + 0{,}25(1-p) \leq 0{,}28 \Leftrightarrow 0{,}21p + 0{,}25 \leq 0{,}28$$
$$\Leftrightarrow 0{,}21p \leq 0{,}03 \Leftrightarrow p \leq \frac{0{,}03}{0{,}21} \Leftrightarrow p \leq \frac{1}{7}$$

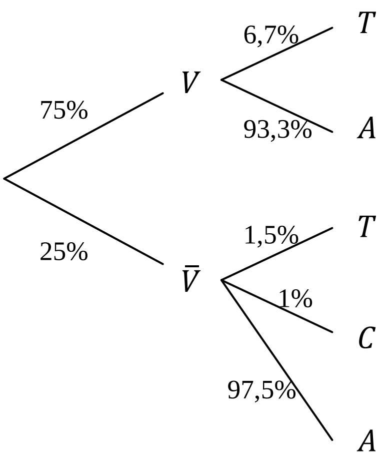
Il faut donc produire moins d'une planche sur 7 qui soit en chêne.

Exercice 6 : Corrigés

1. Appelons les événements :

- V : « le bon d'achat est vert »
- T : « avoir un bon d'achat de 30 € »
- C : « avoir un bon d'achat de 100 € »
- A : « avoir un bon d'achat d'une autre valeur »

Voir ci-contre l'arbre correspondant.



La probabilité demandée est alors : $p_{\overline{V}}(T \cup C) = p_{\overline{V}}(T) + p_{\overline{V}}(C) = 0{,}025$.
Il y a donc 2,5% de chances d'avoir un bon d'achat d'une valeur supérieure ou égale à 30 euros sachant qu'il est rouge.

2. On cherche ici : $p(T \cup C) = p(V \cap T) + p(\overline{V} \cap T) + p(V \cap C) = p(V)p_V(T) + p(\overline{V})p_{\overline{V}}(T) + +p(\overline{V})p_{\overline{V}}(C)$

$$= 0{,}75 \times 0{,}067 + 0{,}25(0{,}015 + 0{,}01) \simeq 0{,}057.$$ CQFD.