

Corrigé Exercice 14

- 1) a. $g'(x) = 0$ et $5g(x) - 10 = 10 - 10 = 0$ donc $g'(x) = 5g(x) - 10$. g est donc bien solution de (E) .
- b. Les solutions de (H) sont de la forme $y = Ke^{5x}$, avec $K \in \mathbb{R}$.
- c. g est une solution particulière de (E) donc les solutions de (E) sont de la forme $y = Ke^{5x} + g$, c'est-à-dire $y = Ke^{5x} + 2$.
- d. f est solution de (E) donc $f(x) = Ke^{5x} + 2$ et d'autre part :
 $f(0) = 0 \Rightarrow K \times 1 + 2 = 0 \Rightarrow K = -2$ donc $f(x) = -2e^{5x} + 2$.
- 2) a. On a $(E') : y' + \frac{1}{2}y = 0 \Leftrightarrow y' = -\frac{1}{2}y$.
 Les solutions de (E') sont donc de la forme $y = Ke^{-\frac{1}{2}t}$ avec $K \in \mathbb{R}$.
- b. f_0 est solution de (E) donc $f_0'(t) + \frac{1}{2}f_0(t) = 3 \Rightarrow 0 + \frac{1}{2}k = 3 \Rightarrow k = 6$. (On a donc $f_0(t) = 6$).
- c. f_0 est une solution particulière de (E) donc les solutions de (E) sont de la forme $y = Ke^{-\frac{1}{2}t} + f_0$, c'est-à-dire $y = Ke^{-\frac{1}{2}t} + 6$.
- d. La solution T de (E) est de la forme $T(t) = Ke^{-\frac{1}{2}t} + 6$.
 On a $T(0) = 100 \Rightarrow K \times 1 + 6 = 100 \Rightarrow K = 94$. On a donc $T(t) = 94e^{-\frac{1}{2}t} + 6$.
- 3) a. Soit k une fonction constante solution de (E) .
 On a alors $3k'(x) + 3k(x) = 4 \Rightarrow 3 \times 0 + 3k(x) = 4 \Rightarrow k(x) = \frac{4}{3}$.
- b. On a : $3y + 3y' = 0 \Leftrightarrow 3y' = -3y \Leftrightarrow y' = -y$.
 Les solutions de (E_0) sont donc les fonctions de la forme $y = Ke^{-x}$ avec $K \in \mathbb{R}$.
- c. La fonction constante k étant une solution particulière de (E) , les solutions de (E) sont donc les fonctions de la forme $y = Ke^{-x} + \frac{4}{3}$.
- d. G est solution de (E) donc $G(x) = Ke^{-x} + \frac{4}{3}$.
 $G(0) = -1$ donc $K \times 1 + \frac{4}{3} = -1 \Rightarrow K = -1 - \frac{4}{3} = -\frac{7}{3}$ donc $G(x) = -\frac{7}{3}e^{-x} + \frac{4}{3}$.

Corrigé Exercice 15

1. On a : $y' + 0,6y = 0 \Leftrightarrow y' = -0,6y$ donc les solutions de (E') sont de la forme $y = Ke^{-0,6t}$.
2. On a : $g'(t) = 1e^{-0,6t} + t(-0,6e^{-0,6t}) = e^{-0,6t} - 0,6te^{-0,6t}$
 On obtient donc $g'(t) + 0,6g(t) = e^{-0,6t} - 0,6te^{-0,6t} + 0,6te^{-0,6t} = e^{-0,6t}$.
 g est donc bien solution de (E) .
3. g étant une solution particulière de (E) , les solutions de (E) sont alors de la forme $y = Ke^{-0,6t} + g(t)$, c'est-à-dire $y = Ke^{-0,6t} + te^{-0,6t}$.
4. v est une solution de (E) donc $v(t) = Ke^{-0,6t} + te^{-0,6t}$.
 On a $v(0) = 12 \Rightarrow K \times 1 + 0 \times 1 = 12 \Rightarrow K = 12$.
 On a donc bien $v(t) = 12e^{-0,6t} + te^{-0,6t} = (12 + t)e^{-0,6t}$. CQFD.

Corrigé Exercice 16

Les solutions de l'équation différentielle $y' + 0,06y = 0$ sont celles de $y' = -0,06y$ et sont donc toutes de la forme $y = Ke^{-0,06t}$.

Les solutions de (E) sont donc de la forme $y = Ke^{-0,06t} + f_0$ où f_0 est une solution particulière. Elles ne sont donc pas de la forme $y = Ke^{+0,06t} + f_0$.

L'affirmation est donc fausse.