

Entraînement 1

1) On définit pour tout $n \in \mathbb{N}$, le nombre $S_n = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n$

On a donc

$$S_n = \sum_{k=0}^{k=n} 2^k$$

- Calculer S_0, S_1, S_2 et S_3 .
- Quelle relation peut-on écrire entre S_n et S_{n+1} ?

2) (v_n) est une suite arithmétique de raison -2 et de premier terme $v_0 = 2300$.
Exprimer la somme $B = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ en fonction de n .

Entraînement 2

1) On définit pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, le nombre $S_n = 2 + \frac{3}{4} + \dots + \frac{n+1}{n^2}$

On a donc

$$S_n = \sum_{k=1}^{k=n} \frac{k+1}{k^2}$$

- Calculer S_1, S_2 et S_3 .
- Quelle relation peut-on écrire entre S_n et S_{n+1} ?

2) (u_n) est une suite géométrique de raison $1,2$ et de premier terme $u_1 = 36$.

- Calculer la somme $A = u_1 + u_2 + \dots + u_{20}$.
- Montrer que $u_1 + u_2 + \dots + u_n = 180(1,2^n - 1)$.

Entraînement 3

1) On définit pour tout $n \in \mathbb{N}$, le nombre

$$T_n = \sum_{k=0}^{k=n} u_k \quad \text{avec } u_n = n(n+1)$$

- Calculer T_0, T_1 et T_2 .
- Écrire T_{n+1} en fonction de T_n et de n

2) (u_n) est une suite arithmétique de raison 10 et de premier terme $u_1 = 120$.
Calculer la somme de ses 20 premiers termes.

Entraînement 4

1) On définit pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, le nombre $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$ avec $u_n = \frac{1-n}{2n}$

- a. Calculer S_1, S_2 et S_3 . b. Écrire S_{n+1} en fonction de S_n et de n

2) (u_n) est une suite géométrique de raison 1,8 et de premier terme $u_1 = 64$.

- a) Calculer la somme de ses 10 premiers termes.
b) Montrer que $u_1 + u_2 + \cdots + u_n = 80(1,8^n - 1)$

Entraînement 5

1) On définit pour tout $n \in \mathbb{N}$, le nombre

$$T_n = \sum_{k=0}^{k=n} u_k^2 \quad \text{avec } u_n = \sqrt{1+n^2}$$

- a. Calculer T_0, T_1 et T_2 .
b. Écrire T_{n+1} en fonction de T_n et de n

2) (u_n) est une suite géométrique de raison 0,6 et de premier terme $u_0 = 1400$.

$$\text{On note : } S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n.$$

- a) Calculer S_{30} .
b) Montrer que $S_n = 3500(1 - 0,6^{n+1})$

Corrections Savoir Sr.2

Corrigé Entraînement 1

1) a. $S_0 = 1$; $S_1 = 1 + 2 = 3$; $S_2 = 1 + 2 + 2^2 = 3 + 4 = 7$ et $S_3 = S_2 + 2^3 = 7 + 8 = 15$

b. On a : $S_{n+1} = S_n + 2^{n+1}$

2) La somme B contient $n + 1$ termes. On a donc : $B = (n + 1) \times \frac{v_0 + v_n}{2}$.

Or $v_n = 2300 - 2n$. On a donc : $B = (n + 1) \times \frac{2300 + 2300 - 2n}{2} = (n + 1)(2300 - n)$.

Corrigé Entraînement 2

1) a. $S_1 = 2$, $S_2 = 2 + \frac{3}{4} = \frac{11}{4}$ et $S_3 = 2 + \frac{3}{4} + \frac{4}{9} = \frac{11}{4} + \frac{4}{9} = \frac{115}{36}$

b. $S_{n+1} = S_n + \frac{n + 2}{(n + 1)^2}$

2) a) La somme A contient 20 termes. On a donc : $A = 36 \times \frac{1 - 1,2^{20}}{1 - 1,2} \approx 6720,77$

b) On a : $u_1 + u_2 + \dots + u_n = 36 \times \frac{1 - 1,2^n}{1 - 1,2} = \frac{36}{-0,2} (1 - 1,2^n) = 180(1,2^n - 1)$. CQFD

Corrigé Entraînement 3

1) a. $T_0 = u_0 = 0 \times 1 = 0$, $T_1 = u_0 + u_1 = 0 + 1 \times 2 = 2$ et $T_2 = u_0 + u_1 + u_2 = 2 + 2 \times 3 = 8$.

b. $T_{n+1} = T_n + u_{n+1} = T_n + (n + 1)(n + 2)$

2) La somme des 20 premiers termes est : $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{20} = 20 \times \frac{u_1 + u_{20}}{2}$.

Or $u_{20} = u_1 + (20 - 1) \times 10 = 120 + 10 \times 19 = 310$. On a donc : $S = 20 \times \frac{120 + 310}{2} = 4300$.

Corrigé Entraînement 4

1) a. $S_1 = u_1 = \frac{1-1}{2 \times 1} = 0$, $S_2 = u_1 + u_2 = 0 + \frac{1-2}{2 \times 2} = -\frac{1}{4}$ et $S_3 = u_1 + u_2 + u_3 = -\frac{1}{4} + \frac{1-3}{2 \times 3} = -\frac{7}{12}$.

b. $S_{n+1} = S_n + u_{n+1} = S_n + \frac{1 - (n + 1)}{2(n + 1)} = S_n - \frac{2}{2n + 2}$

2) a) La somme demandée est donnée par le calcul : $A = 64 \times \frac{1 - 1,8^{10}}{1 - 1,8} \approx 28\,483,74$

b) On a : $u_1 + u_2 + \dots + u_n = 64 \times \frac{1 - 1,8^n}{1 - 1,8} = \frac{64}{-0,8} (1 - 1,8^n) = 80(1,8^n - 1)$. CQFD

Corrigé Entraînement 5

1) a. $T_0 = u_0^2 = \sqrt{1 + 0^2}^2 = \mathbf{1}$, $T_1 = T_0 + u_1^2 = 1 + \sqrt{1 + 1^2}^2 = \mathbf{3}$
et $T_2 = T_1 + \sqrt{1 + 2^2}^2 = 3 + 5 = \mathbf{8}$

b. $T_{n+1} = T_n + u_{n+1}^2 = T_n + \sqrt{1 + n^2}^2 = \mathbf{T_n + 1 + n^2}$.

2) a) On a : $S_{30} = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{30} = 1400 \times \frac{1 - 0,6^{31}}{1 - 0,6} \approx 3500,00$

b) On a : $S_n = 1400 \times \frac{1 - 0,6^{n+1}}{1 - 0,6} = \frac{1400}{0,4} (1 - 0,6^{n+1}) = 3500(1 - 0,6^{n+1})$. CQFD