

Corrections Savoir Pb.1

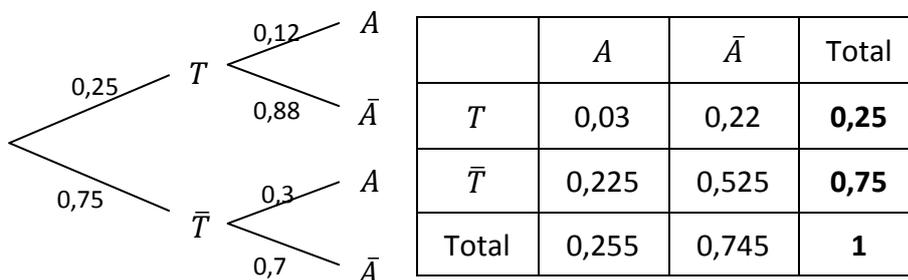
Corrigé Exercice 1

1) $p(U \cap Z) = 7\%$ (dans le tableau) $p_V(Z) = 40\%$ (dans l'arbre) $p_U(\bar{Z}) = 100\% - 70\% = 30\%$ (dans l'arbre)

$p(V \cap \bar{Z}) = 54\%$ (dans le tableau) $p(U) = 7\% + 3\% = 10\%$ (dans le tableau) $p(\bar{Z}) = 3\% + 54\% = 57\%$ (dans le tableau)

- 2) a) $p(D \cap T) = 0,56$ (dans le tableau). b) $p(T) = 0,59$ (dans le tableau).
 c) $p_{\bar{D}}(\bar{T}) = 0,9$ (dans l'arbre). d) $p(T \cap \bar{D}) = 0,03$ (dans le tableau).
 e) $p_D(\bar{T}) = 0,2$ (dans l'arbre). f) $p_D(T) = 0,8$ (dans l'arbre).
 g) Dans le tableau, on a : $p(D \cup T) = 0,56 + 0,03 + 0,14 = 0,73$
 ou alors $0,7 + 0,03$ ou encore $0,59 + 0,14$ ou même $1 - 0,27$ ou $0,7 + 0,59 - 0,56$

3) CONSEIL : Commencer par compléter l'arbre ainsi que le tableau en s'aidant des TOTAUX



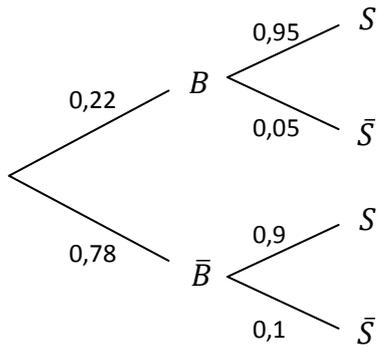
- a) $p(T) = 0,25$ (dans l'arbre).
 b) $p(T \cap A) = 0,03$ (dans le tableau).
 c) $p_T(\bar{A}) = 1 - 0,12 = 0,88$ (dans l'arbre).
 d) $p(A \cap \bar{T}) = 0,75 - 0,525$ (0,75 dans le tableau et 0,525 dans l'arbre !) $\Rightarrow p(A \cap \bar{T}) = 0,225$.
 e) $p_{\bar{T}}(\bar{A}) = 0,7$ (dans l'arbre).
 f) $p(T \cap \bar{A}) = 0,25 - 0,03$ (0,25 dans l'arbre et 0,03 dans le tableau) $\Rightarrow p(T \cap \bar{A}) = 0,22$.
 g) $p(A) = 0,03 + 0,225$ (dans le tableau, grâce à la question d) $\Rightarrow p(A) = 0,255$.
 h) $p(A \cup \bar{T}) = 0,75 + 0,255 - 0,225$ (dans le tableau complété, grâce à la question d) $\Rightarrow p(A \cup \bar{T}) = 0,78$.
 i) $p_{\bar{T}}(A) = 1 - 0,7 = 0,3$ (dans l'arbre).

Corrigé Exercice 2

- $p(C)$ est la probabilité que le malade soit contagieux.
 $A \cap C$ est l'événement : « Le malade choisi a plus de 60 ans **et** est contagieux ».
 $\bar{A} \cup C$ est l'événement : « Le malade choisi a moins de 60 ans **ou** est contagieux ».
 $p_A(C)$ est la probabilité que le malade soit contagieux **sachant qu'il a plus de 60 ans**.
 $p(\bar{C} \cap A)$ est la probabilité que le malade ne soit pas contagieux et ait plus de 60 ans.
 $p_{\bar{C}}(A)$ est la probabilité que le malade ait plus de 60 ans sachant qu'il n'est pas contagieux.
 \bar{A} est l'événement : « Le malade choisi a moins de 60 ans ».

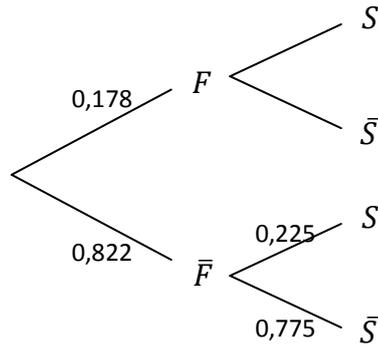
Corrigé Exercice 3

1)



2) a) $p(S) = 0,203$
et $p_{\bar{F}}(S) = 0,225$.

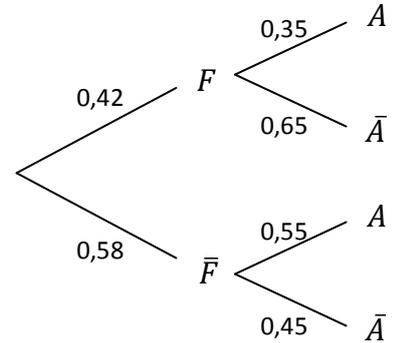
b)



3) On définit les événements suivants :

- F : « La personne est une femme »
- A : « La personne effectue un achat »

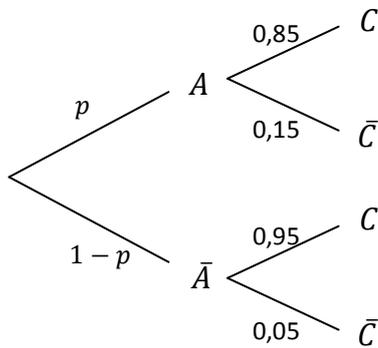
On obtient alors l'arbre suivant.



4) On définit les événements suivants :

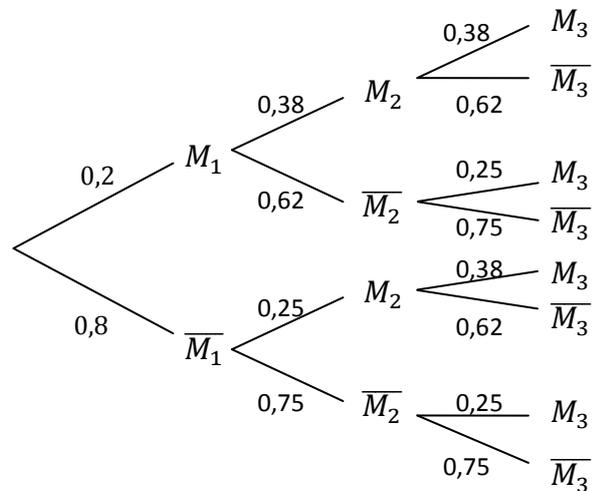
- A : « La pomme provient du fournisseur A »
- C : « La pomme est commercialisable »

On obtient alors l'arbre suivant.



5) On définit l'événement :

M_n par : « La bactérie est atteinte par la mutation au jour n ».



Corrigé Exercice 4

1) a)

	A	B	C	Total
S	0,1	0,2	0,3	0,6
S-bar	0,25	0,1	0,05	0,4
Total	0,35	0,3	0,35	1

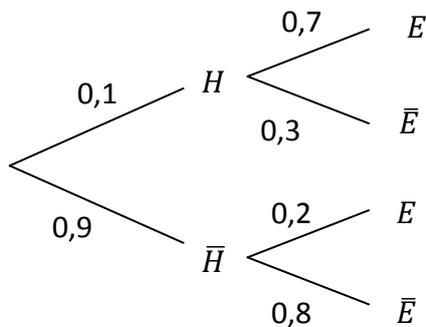
$$b) p_S(B) = \frac{p(S \cap B)}{p(S)} = \frac{0,2}{0,6} \approx \mathbf{0,33}$$

$$p_{\bar{S}}(A) = \frac{p(\bar{S} \cap A)}{p(\bar{S})} = \frac{0,25}{0,4} = \mathbf{0,625}$$

$$p_A(S) = \frac{p(S \cap A)}{p(A)} = \frac{0,1}{0,35} \approx \mathbf{0,29}$$

$$p_C(\bar{S}) = \frac{p(\bar{S} \cap C)}{p(C)} = \frac{0,05}{0,35} \approx \mathbf{0,14}$$

2) a)



b) $p(H \cap E) = p(H) \times p_H(E) = 0,1 \times 0,7 = \mathbf{0,07}$
 $p(H \cap \bar{E}) = p(H) \times p_H(\bar{E}) = 0,1 \times 0,3 = \mathbf{0,03}$
 Ou $p(H \cap \bar{E}) = p(H) - p(H \cap E) = 0,1 - 0,07 = \mathbf{0,03}$

c) $p(E) = p(H \cap E) + p(\bar{H} \cap E) = 0,07 + 0,18 = \mathbf{0,25}$
 et $p(\bar{E}) = 1 - p(E) = 0,75$

$p(\bar{H} \cap E) = p(\bar{H}) \times p_{\bar{H}}(E) = 0,9 \times 0,2 = \mathbf{0,18}$

$p(\bar{H} \cap \bar{E}) = p(\bar{H}) \times p_{\bar{H}}(\bar{E}) = 0,9 \times 0,8 = \mathbf{0,72}$

Ou $p(\bar{H} \cap \bar{E}) = p(\bar{H}) - p(\bar{H} \cap E) = 0,9 - 0,18 = \mathbf{0,72}$

d) $p_E(H) = \frac{p(H \cap E)}{p(E)} = \frac{0,07}{0,25} = \mathbf{0,28}$

et $p_E(\bar{H}) = 1 - p_E(H) = 1 - 0,28 = \mathbf{0,72}$

$p_{\bar{E}}(H) = \frac{p(H \cap \bar{E})}{p(\bar{E})} = \frac{0,03}{0,75} = \mathbf{0,04}$

et $p_{\bar{E}}(\bar{H}) = 1 - p_{\bar{E}}(H) = 1 - 0,04 = \mathbf{0,96}$

3) a) $p(B) = p(A_1 \cap B) + p(A_2 \cap B) + p(A_3 \cap B)$
 $= p(A_1) \times p_{A_1}(B) + p(A_2) \times p_{A_2}(B) + p(A_3) \times p_{A_3}(B)$
 $= 0,5 \times 0,2 + 0,1 \times 0,4 + 0,4 \times 0,7$
 $= 0,1 + 0,04 + 0,28 = \mathbf{0,42}$

et $p(\bar{B}) = 1 - p(B) = \mathbf{0,58}$

b) $p_B(A_2) = \frac{p(A_2 \cap B)}{p(B)} = \frac{0,04}{0,42} \simeq \mathbf{0,095}$

$p_B(A_3) = \frac{p(A_3 \cap B)}{p(B)} = \frac{0,28}{0,42} \simeq \mathbf{0,67}$

$p_{\bar{B}}(A_1) = \frac{p(A_1 \cap \bar{B})}{p(\bar{B})} = \frac{0,5 \times 0,8}{0,58} = \frac{0,4}{0,58} \simeq \mathbf{0,69}$

4) Il faut d'abord calculer $p(U) = p(R \cap U) + p(\bar{R} \cap U) = p(R) \times p_R(U) + p(\bar{R}) \times p_{\bar{R}}(U)$
 $= 0,4 \times 0,25 + 0,6 \times 0,7 = 0,1 + 0,42 = \mathbf{0,52}$

Puis $p_U(\bar{R}) = \frac{p(\bar{R} \cap U)}{p(U)} = \frac{0,42}{0,52} \simeq \mathbf{0,808}$ Et $p_{\bar{U}}(R) = \frac{p(R \cap \bar{U})}{p(\bar{U})} = \frac{0,4 \times 0,75}{1 - 0,52} = \frac{0,3}{0,48} = \mathbf{0,625}$

Corrigé Exercice 5

1) a) $p(A \cap B) = p(A) \times p_A(B) = \mathbf{0,6p}$

b) $p(B) = p(A \cap B) + p(\bar{A} \cap B) = \mathbf{0,6p + 0,08}$

c) On sait que $p(B) = 0,53$

donc $0,6p + 0,08 = 0,53 \Leftrightarrow p = \frac{0,53 - 0,08}{0,6} = 0,75$

$p_A(B) = \mathbf{0,75}$ et $p_A(\bar{B}) = 1 - p_A(B) = \mathbf{0,25}$

2) a) $p(\bar{S}) = p(M \cap \bar{S}) + p(\bar{M} \cap \bar{S})$
 $= p(M) \times p_M(\bar{S}) + p(\bar{M}) \times p_{\bar{M}}(\bar{S})$
 $= \mathbf{0,84p + 0,8(1 - p)}$

Et on sait que $p(\bar{S}) = 0,83$ donc on a bien :

$0,84x + 0,8(1 - x) = 0,83$

b) $0,84x + 0,8(1 - x) = 0,83$

$\Leftrightarrow 0,04p = 0,83 - 0,8 \Leftrightarrow p = \frac{0,03}{0,04} = \mathbf{0,75}$

$p(M) = \mathbf{0,75}$ et $p(\bar{M}) = 1 - 0,75 = \mathbf{0,25}$

3) a) $p(X_1 \cap Y) = p(X_1) \times p_{X_1}(Y) = 0,1 \times 0,4 = \mathbf{0,04}$

b) $p(X_2 \cap Y) = p(Y) - p(X_1 \cap Y) = 0,31 - 0,04 = \mathbf{0,27}$

c) $p_{X_2}(Y) = \frac{p(X_2 \cap Y)}{p(X_2)} = \frac{0,27}{0,9} = \mathbf{0,3}$ et $p_{X_2}(\bar{Y}) = 1 - p_{X_2}(Y) = \mathbf{0,7}$

Corrigé Exercice 6

On s'aidera avantageusement d'un arbre comme ci-dessous.

a) $p(C) = 82\%$.

b) $C \cap I$ est l'événement « la personne a effectué une scolarité complète au collège et est en situation d'illettrisme ».

$$p(C \cap I) = 0,82 \times 0,03 = 2,46\%$$

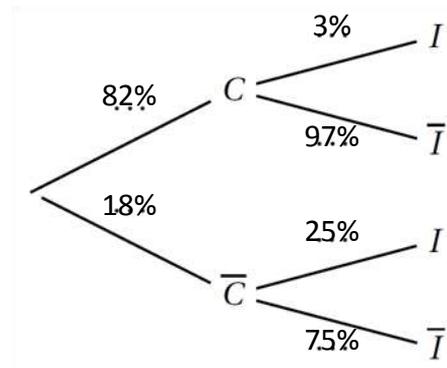
c) $p(I) = p(C \cap I) + p(\bar{C} \cap I) = 0,0246 + 0,045 = 6,96\%$

d) $p(C \cup I) = p(C) + p(I) - p(C \cap I) = 0,82 + 0,0696 - 0,0246 = 86,5\%$

e) L'affirmation correspond à $p_I(\bar{C})$.

Or $p_I(\bar{C}) = \frac{p(I \cap \bar{C})}{p(I)} = \frac{0,045}{0,0696} \simeq 0,65 \simeq \frac{2}{3}$. (Car $\frac{2}{3} \simeq 0,67$)

Le journaliste a donc plutôt raison.



Corrigé Exercice 7

1. L'énoncé donne : $p(S) = 0,6$; $p_S(D) = 0,95$ et $p(D) = 0,586$.

On a donc $P(S \cap D) = p(S) \times p_S(D) = 0,6 \times 0,95 = 0,57$.

2. On cherche ici $p_{\bar{S}}(D) = \frac{p(\bar{S} \cap D)}{p(\bar{S})}$.

Or $p(\bar{S} \cap D) = p(D) - p(S \cap D) = 0,586 - 0,57 = 0,016$.

D'autre part, $p(\bar{S}) = 1 - p(S) = 0,4$. On a donc $p_{\bar{S}}(D) = \frac{0,016}{0,4} = 0,04$.

CQFD.

3. On cherche ici $p_{\bar{D}}(S) = \frac{p(\bar{D} \cap S)}{p(\bar{D})}$.

Or $p(\bar{D} \cap S) = p(S) - p(D \cap S) = 0,6 - 0,57 = 0,03$.

D'autre part, $p(\bar{D}) = 1 - p(D) = 0,414$. On a donc : $p_{\bar{D}}(S) = \frac{0,03}{0,414} \simeq 0,072$.

Si on choisit au hasard un message non déplacé, il y a donc environ 7,2% de chances que ce message soit un spam.

Un arbre est très utile :

