

Savoir Ed. 4

Dans ces entraînements, on prendra pas en compte le domaine de définition des fonctions.

Entraînement 1

Déterminer une primitive des fonctions suivantes.

$$f(x) = \frac{7}{2x-1}$$

$$g(t) = 4 + 3e^{1-7t}$$

$$h(t) = \frac{t}{3-t^2}$$

$$k(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x}}$$

Entraînement 2

Déterminer une primitive des fonctions suivantes :

$$f(x) = 5e^{10x+3}$$

$$g(t) = \frac{e^t}{2-e^t}$$

$$h(t) = 1 - 2t e^{-\frac{1}{2}t^2}$$

$$a(t) = e^{3t}(1 - e^{3t})^4$$

Corrigé Entraînement 1

$$f(x) = \frac{7}{2x-1} = \frac{7}{2} \times \frac{2}{2x-1} = \frac{7}{2} \times \frac{u'}{u}$$

donc

$$F(x) = \frac{7}{2} \ln(u) = \frac{7}{2} \ln(2x-1)$$

$$h(t) = \frac{t}{3-t^2} = -\frac{1}{2} \times \frac{-2t}{3-t^2} = -\frac{1}{2} \times \frac{u'}{u}$$

donc

$$H(t) = -\frac{1}{2} \ln(3-t^2)$$

$$g(t) = 4 + 3e^{1-7t} = 4 - \frac{3}{7}(-7e^{1-7t}) = 4 - \frac{3}{7}u'e^u$$

donc

$$G(t) = 4t - \frac{3}{7}e^{1-7t}$$

$$k(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x}} = 2 \times \frac{1}{2\sqrt{1+x}} = 2 \times \frac{u'}{2\sqrt{u}}$$

donc

$$K(x) = 2\sqrt{1+x}$$

Corrigé Entraînement 2

$$f(x) = 5e^{10x+3} = \frac{10e^{10x+3}}{2} = \frac{u'e^u}{2}$$

Donc

$$F(x) = \frac{1}{2}e^{10x+3}$$

$$h(t) = 1 - 2te^{-\frac{1}{2}t^2}$$

$$\text{Avec } u = -\frac{1}{2}t^2, \text{ on a } u' = -\frac{1}{2} \times 2t = -t$$

$$h(t) = 1 + 2\left(-te^{-\frac{1}{2}t^2}\right) = 1 + 2u'e^u$$

donc

$$H(t) = t + 2e^{-\frac{1}{2}t^2}$$

$$g(t) = \frac{e^t}{2-e^t} = -\frac{-e^t}{2-e^t} = -\frac{u'}{u}$$

Donc

$$G(x) = -\ln(2-e^t)$$

$$a(t) = e^{3t}(1-e^{3t})^4$$

$$\text{Rappel : } (x^5)' = 5x^4 \quad \text{Donc } (u^5)' = 5u'u^4$$

$$\text{Avec } u = 1 - e^{3t}, \text{ on a } u' = -3e^{3t}$$

$$\text{Donc } a(t) = -\frac{1}{3} \times \frac{1}{5} \times 5(-3e^{3t})(1-e^{3t})^4 = -\frac{1}{15}u'u^4$$

donc

$$A(t) = -\frac{(1-e^{3t})^5}{15}$$